

**République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère
de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Ahmed Draia Adrar
Faculté Des Sciences et de Technologies
Département Des Sciences et Technologie**



Mémoire De Fin D'étude En Vue De L'obtention Du Diplôme :
Master en Génie Civil
Option : Géo-Matériaux et Structures

Présenté Par :

BAILEK Fatima
YAICHI Mebarka

THEME

**MODELISATION DES STRUCTURES
FISSUREES A LA MECANIQUE DE LA
RUPTURE.**

Soutenu Le **25/05/2017** Devant Un Membre De Jury Composé De :

Mme.Ait-Hammouda.k
Dr.Bennacer
Mr.B.Balegh

MAAPrésident
MCBExaminateur
MAAEncadreur

Année Universitaire 2016/2017



REMERCIEMENT

*Au début, nous remercions Dieu qui nous a donné la volonté et la source de notre force
et courage tout au long de nos études universitaires.*

*On 'exprime aussi nos sincères remerciements à *M^r. B. Balegh* encadreur*

*Et Sans oublier des personnes *MOHAMED lamin Arbi * & *allawi*

*Mohammed**

Nous souhaitons exprimer nos gratitude à tous les enseignants, de spécialité GC

*Nous n'oublions pas nos familles et amis pour leur contribution, leur soutien et leur
patience, qu'il trouvent iciles résultats de leurs sacrifices.*

*Nous exprimons nos remerciements à toute personne qui a palpité nos cœurs et qui nous
encourage et nous rendent toujours plus fortes,*

Enfin, nous remercions tous les promos GC 2017

Merci à tous et à toutes

MEBARKA

FATIMA

Dédicaces

J'ai l'honneur de dédier ce modeste
travail

à mon père, à ma mère qui m'ont
continuellement

soutenu avec un dévouement sans
bornes et qui n'ont reculé

devant aucun sacrifice tout le long
de mes études

À mes chers frères,

mes sœurs et à toute ma famille.

fatima

dédicace

*Je remercie **dieu** tout puissant pour La confiance, la santé Qu'il nos
Donné durant tous Ces années d'étude.*

*Je dédie ce modeste travail à : Pour l'esprit de ma mère pur Dieu à son âme
Ma: **KHADEM***

*Et mon très cher père: **SALEM***

*Mes frères : **MOHAMED, BRAHIM, ABED EL MALEK, ALI.***

*Mes sœurs : **ZOHRA, HALIMA, FATIMA et Halima***

*A toute ma famille : **YAICHI, FASSI, Bouziane.***

*Et mon très cher binôme: **Fatima bailek***

*Atousmesamiesetàd'autrespersonnesquiontuneplacedansmavie Surtout ma
très cher amie :**Assma, Meriem, Meriem, Mebarka.***

A tous mes oncles, tantes, et mes cousines

mebarka



RESUME

En réalisant ses différents œuvres, l'ingénieur s'est aperçu que nombreuses fissures se développent d'une façon plus au moins rapide conduisant parfois à la ruine des structures. Plusieurs recherches ont alors étudié ce phénomène alarmant et ont développé ainsi la théorie de la mécanique de la rupture permettant d'analyser l'évolution des fissures jusqu'à la ruine éventuelle des structures. Dans la présente étude, nous avons utilisé le code de calcul Ansys version 15 pour modéliser et analyser deux structures fissurées par méthode des éléments finis les plus fréquemment utilisés en mécanique de la rupture qui sont respectivement une plaque à une fissure centrale , la deuxième une poutre préfissurée . Les résultats et les figures obtenus s'avèrent satisfaisants pour comprendre l'influence des fissures sur le comportement des structures et les paramètres defissuration.

Mots. clefs : Structure ; Fissure ; Rupture ; Elément finis.

خلاصة

لاحظ العديد من المهندسين عند القيام بمختلف الهياكل ظهور عدة صدوع حيث أنها تتطور بصورة أسرع مما يؤدي إلى أحيانا إلى الانهيار التام لهذه الهياكل والمنشآت. لهذا السبب قام العديد من الباحثين بدراسة هذه العيوب وكيفية تطورها حتى الانهيار التام لهذه الهياكل والمنشآت.

لقد استخدمنا طريقة العناصر المحدودة في تحليل بنية التصدع وتطوره.

قمنا بتطوير نسخ برامج (Ansys) لدراسة بعض النماذج

علينا التحقق من صحة هذه البرامج من خلال دراسة نموذجين الأكثر استخداما في مجال ميكانيك التصدع والتي هي على التوالي لوحة مع وجود صدع مركزي، جانب واحد، والثانية رافدة بها صدع مركزي.

النتائج مرضية ومقبولة بالمقارنة مع حلول ثنائية الأبعاد التحليلية.

الكلمات الرئيسية :

ANSYS 15، محدود العناصر ، (élasticité صدع، وكسر)

Table de matiere

Remercîments	
résumé	i
Tabledesmatières	iii
Listedestableaux	vii
Listesdesfigures	viii
Listedessymboles	x
Introductiongénérale.....	1
Chapitre I: Théorie de la mécanique de la rupture	
I. 1.Introduction.....	4
I.2. Analyse des fissures en élasticitélinéairebidimensionnelle	4
I.2.1 Notionsethypothèses.....	4
I. 2.2 Les différentes zones deschamps mécaniques	5
I.2.2.1. La zone d'élaboration(zone1)	5
I.2.2.2. La zone singulière(zone2)	5
I.2.2.3. La zone lointaine(zone3).....	6
I.2.3. Approchelocale	6
I.2.3.1. Les trois modes d'ouvertured'une fissure	6
I.2.3.2. Détermination des champs de contraintes et de déplacements au voisinage d'une fissure, (résolutiondeWestergaard)	7
I.2.4. Les facteurs d'intensitédescontraintes	9
I.2.4.1. Aspect statique (résolutiondeWILLIAMS).....	9
I.2.4.2. Aspectcinématique	9
I. 2.5Approcheénergétique	11
I. 2.5. 1. Taux derestitutiond'énergie	11
I. 2.5. 2. Intégrale de contour «J»	13
I.2.6. Propagation	14
I.2.6.1. Critèresdepropagation	14
I.2.6.2. Bifurcation dela fissure	15
I.3. Rupturepar fissuration.....	16
I.4. Lois de propagationdefissures.....	16
I.5. Les approches utilisees pour le calcul de la duree de vie ala fatigue.....	17
I.5.1. Approche classique au moyen descourbes(S-N)	17
I.5.2. Aproche au moyen de la mecanique dela rupture.....	17
I.6. Analyse qualitative de l'écoulement plastique en pointedefissure	18

Table de matiere

I.6.1. Les différentes zones de plasticité	19
I.6.2. Solution en plasticité confinée	20
I.6.2.1. Modèle d'Irwin	21
I.6.2.2. Modèle de Dugdale Barenblatt ou Bilby-Cottrell-Swinden	23
I.7. Méthodologie de mesure de l'intégrale J	25
I.8. Détermination de J lorsque la fissure se propage	26
I.9. Conclusion	27
Chapitre II: La rupture dans les aciers de construction	
II.1. Introduction	30
II.2. Le comportement mécanique de l'acier	30
II.3. Limite élastique et Résistance à la traction	31
II.4. Ductilité	31
II.5. Ténacité	32
II.6. L'essai Charpy	32
II.7. Résistance à la fatigue	33
II.8. Règles pour la sécurité à la rupture fragile	34
II.9. La flexion	37
II.10. La compression et le flambement	38
II.11. Le cisaillement ou effort tranchant	39
II.12. La torsion	40
II.12.1. La résistance à la rupture fragile	40
II.11. Les variations de température	41
II.12. Les sollicitations dynamiques	41
II.13. Conclusion	42
Chapitre III: Initiation au logiciel Ansys	
III.1. Introduction	44
III.2. Description de « Ansys v15 »	44
III.2.1. Démarrage Ansys v15	44
III.2.2. Interface de logiciel Ansys v15	45
III.2.3. Préprocesseur	45
III.2.4. Solution processor	45

Table de matiere

III.3. Créationdemodel	46
III.3.1. Définition du problème.....	46
III.3.1.1. ChangeJobname	46
III.3.1.2. ChangeTitre.....	46
III.3.2. Les coordonnées du système(keypoints)	46
III.3.3. Définitiondematériau	47
III.3.4. Définition de la tailedel'élément	48
III.3. 5.LeMaillage.....	49
III.3.6. Conditionsaux limites	50
III.3.7. Applicationdescharges.....	50
III.3.8. Analysedumodèle	51
III.3.9. Solutiondusystem.....	51
III.4. Calcul des paramètresdefissuration.....	51
III.4.1. Les facteurs d'intensité des contraintes K_I, K_{II}, K_{III}	51
III.4.2. L'intégrale decontourJ	52
III.5. Conclusion.....	54
Chapitre VI: Etude paramétrique des structures fissurées	
VI.1. Introduction.....	56
VI.2. Modélisation des structures fissurées en programme Ansysv15	56
VI.2.1. Étude de plaque a unefissurecentrale.....	56
VI.2.1.1. Descriptiondumodèle	56
VI.2.1.2. Lemaillage	57
VI.2.1.3. Détermination analytique des paramètresdefissuration	58
VI.2.1.3.1. Le facteur d'intensitédecontrainte.....	58
VI.2.1.3.2. L'intégraledecontour-J	58
VI.2.1.3.3. Calcul d'ouverture de fissure.....	59
VI.2.1.4. Détermination numérique des paramètres de fissurationenprogrammation.....	60
VI.2.1.5. Les résultats des parameters defissuration	60
VI.2.2 Étude de structure en d'une forme poutre prefissuréeaumilieu.....	68
VI.2.2.1. Descriptiondumodel	68

Table de matiere

VI.2.2.2. Modélisation numérique de la poutre préfissurée en programmation enmodebatch.....	69
VI.2.2.3. Distribution des contraintes et déformations et le critère de VON- Mises sur lastructurefissurée	69
VI.3.Conclusion	74
Conclusiongénérale	75
Bibliographiques	
Annexes A	

Chapitre I :

Tableau I.1 : Différents types de fissuration4

Chapitre VI:

Tableau VI.1 : L'ouverture de fissure par rapport à leur longueur59

Tableau VI.2 : les facteurs d'intensités de contraintes K_I et l'intégrale du contour J par rapport à la longueur de fissure60

Tableau VI.3: les facteurs d'intensités de contraintes K_I et l'intégrale du contour J par rapport à la longueur de fissure61

Tableau VI.4 : Facteur d'intensités des contraintes et l'intégrale de contour J de la plaque à une fissure centrale par rapport à la contrainte appliquée62

Tableau VI.5: Tableau récapitulatif de l'état des contraintes et déformations68

Tableau VI.6 : Tableau récapitulatif de l'état des contraintes et déformation74

Chapitre I :

Figure I.1 : Notation adoptée pour une fissuration plane.....	5
Figure I.2 : Les différentes zones dans les milieu fissurés.	5
Figure I.3: Les trois modes d'ouverture des fissures.	6
Figure I.4 : Distribution des contraintes.	7
Figure I.5 : Axes locaux et position du point de calcul des contraintes.	9
Figure I.6 : Les déplacements relatifs.	10
Figure I.7 : Accroissement d'une fissure	13
Figure I.8 : Le contour d'intégration.....	14
Figure I.9 : Corbe (S-N) moyen pour différentes séries d'essai de fatigue réalisées sur un même type d'éprouvette	17
Figure I.10: Déformation plastique en contrainte plane	19
Figure I.11 : déformation plastique en déformation plane.....	19
Figure I.12: différentes zones de plasticité.....	20
Figure I.13 : Modèle d'Irwin, pour la zone plastique en fond de fissure.....	21
Figure I.14 : Schéma de la zone plastique en Mode I selon IRWIN.	21
Figure I.15 : Longueur effective de fissure $\langle a_{eff} \rangle$	22
Figure I.16 : Distribution des contraintes.	22
Figure. I.17 : Modèle de Dugdale-Barenblatt.	23
Figure I.18 : Forme de la fissure ouverte dans le modèle de Dugdale.....	24
Figure I.19 : Comparaison entre le modèle de Dugdale et le modèle d'Irwin en contrainte plane.....	24
Figure I.20 : Détermination expérimentale du paramètre J	26
Figure I.21: Courbe force-déplacement lorsque la fissure se propage de a_0 à a_1 , UD représente l'énergie de déformation dans un matériau élastique non linéaire	27

Chapitre II

Figure II.1. a : Dispositif pour essais Charpy en fonctionnement.	33
Figure II.1.b : Fonctionnement pour : 1-couteau ; 2- éprouvette KV ; 3-appuis.	33
Figure II.2 : Fissure traversant dans une plaque de dimensions infinies (problème de Griffith)	35
Figure II.3 : Essai de flexion par choc (essai Charpy V)	36
Figure II.4 : Courbe de transition Charpy V d'un acier de qualité L	37
Figure II.5 : Flexion générée par l'effort F	38
Figure II.6: Flexion à charges réparties.[15].....	38
Figure II.7 : Les trois types principaux de flambement suivant le type de Liaison de la barre ou du poteau.....	39
Figure II.8 : décomposant la traction et la compression dans une poutre fléchie.....	40
Figure II.9 : Effort tranchant au droit des appuis.....	41
Figure II.10 : Dilatation d'une poutre [16]	42

Chapitre III :

Figure III.1: Aperçu sur fenêtre d'entrée Ansys v15.	44
Figure III.2 : Fenêtre de sortie	44
Figure III.3: Définition des éléments de la fenêtre	45
Figure III.4 : Changement de nom.....	46
Figure III.5 : Changement de titre.....	46
Figure III.6: Construction du modèle	47
Figure III.7 : Profil de la plaque.....	47
Figure III.8 : Les types d'éléments.....	48
Figure III.9 : Définition des propriétés du matériau	48
Figure III.11 : Définition du maillage.....	49
Figure III.12 : Maillage de la plaque	50
Figure III.13: Application des charges.....	50
Figure III.14 : Analyse du modèle	51
Figure III.15 : Solution du système	51

Chapitre VI :

Figure VI.1 : modèle d'une plaque à une fissure centrale	57
Figure VI.2 : Modèle Ansys v15 de 1/4 de la plaque à une fissure centrale	57
Figure VI.3 : élément paramétrique à 8 nœuds (2DDL) PLANE82.	58
Figure VI.4 : Maillage au point de la fissure	58
Figure VI.5 (a, b) : Facteur d'intensité des contraintes et l'intégrale de contour J de la plaque à une fissure centrale par rapport de longueur de fissure	61
Figure VI.7: Distribution des contraintes suivant l'axe	65
Figure VI.8: Distribution des déformations principales	66
Figure VI.9: Distribution des contraintes de cisaillement	67
Figure VI.10: Distribution des contraintes de VON-MISES	69
Figure VI.11 : Poutre pré fissurée au milieu.....	70
Figure VI.12: Distribution des contraintes suivant l'axe	71
Figure VI.13: Distribution des déformations principales.....	73
Figure VI.14: Distribution des contraintes de cisaillement.	74
Figure VI.15: contrainte de VON-MISES	75

A : L'allongement à la rupture. (mm)

a: longueur de fissure. (mm)

a₀ : la longueur de la fissure initiale. (mm)

a_f : la longueur de la fissure final. (mm)

a_{eff}: longueur effective de la fissure. (mm)

d W_{pot} : variation de énergie potentielle totale.

dW_{ext} : variation de W(ε).

E : Module de Young.

F : Effort.

J : Le taux de restitution d'énergie. (dan/mm \sqrt{mm})

K : Facteur d'intensité des contraintes. (dan/mm \sqrt{mm})

K_I:Facteur d'intensité des contraintes de mode I.(dan/mm \sqrt{mm})

K_{II}:Facteur d'intensité des contraintes de mode II.(dan/mm \sqrt{mm})

K_{III}:Facteur d'intensité des contraintes de mode III. (dan/mm \sqrt{mm})

K_{IC}: la valeur de ténacité du matériau.(dan/mm \sqrt{mm})

N_I: le nombre de cycle à l'amorçage de la fissure.

N_r: le nombre de cycle de la rupture

V : Coefficient de poisson.

R_m : La résistance à la traction.

r_p: rayon de la zone plastique. (mm)

r : rayon de premier rangé. (mm)

S : densité d'énergie de déformation.

U : Déplacement. (mm)

$W(\boldsymbol{\epsilon})$: densité d'énergie de déformation de la structure.

W_{ext} : le travail des efforts extérieurs.

W_{pot} : énergie potentielle totale.

μ : Module de cisaillement.

σ : Contrainte appliquée. (dan/mm²)

σ_y : limite d'élasticité du matériau. (dan/mm²)

σ_{pf} : contrainte locale près de la fissure. (dan/mm²)

σ_n : contrainte nominale sur le ligament. (dan/mm²)

Introduction générale:

Dès la moitié du 19^{ème} siècle, l'usage accru de matériau soit métal ou béton ou autres a entraîné une augmentation du nombre d'accidents. Un certain nombre de ces derniers étaient dus à un mauvais dimensionnement ou à une mauvaise conception, mais certains accidents étaient également dus à la présence de défauts initiaux sous forme des fissures, ceci a conduit à la création d'une nouvelle discipline intitulée la mécanique de la rupture, qui permet de décrire la propagation d'une fissure et la rupture d'un élément fissuré.

Les premiers essais de rupture ont été menés bien avant la révolution industrielle. Il a montré que la résistance à la traction des aciers varient inversement avec leur longueur. Ces résultats suggèrent que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance; plus le volume est important plus la probabilité de présence de fissure est importante.

Griffith s'est intéressé en 1920 au problème de la rupture, dans un milieu élastique fissuré, d'un point de vue énergétique. Des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable des fissures. Selon cette thématique, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à la propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau, la théorie de Griffith prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles et matériaux ductiles et notamment les aciers métallique de construction. L'avancé d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui le considère que l'énergie de création ne peut en rendre compte.

Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui propose une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable dans les matériaux ductiles.

En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard. Qui analysa les champs des déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné [1]. Irwin montra que le déplacement et les contraintes aux voisinage de l'extrémité des fissures peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié aux déformations d'énergie, ce paramètre issue de la mécanique linéaire de rupture, et le facteur d'intensité des contraintes dont le concept fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures.

Entre 1960 et 1980, une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontaient, d'une part les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de rupture et ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure la mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture [2].

Pour tenir compte de l'effets de cette plastification sur les champs des contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure. Irwin propose une correction de zone plastique, la

Introduction générale

taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastique décrits par le facteur des intensités des contraintes [3]. Wells un des représentant de la deuxième école, proposa en 1961 [2] le déplacement à fond de fissure ou ouverture de fissure comme paramètre alternatif de la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément le concept de FIC, lorsque la plastification devient important comme c'est le cas des matériaux très ductiles, L'apparition des nouveaux matériaux composites nécessite également l'utilisation des concepts de la mécanique linéaire de la rupture pour décrire leur comportement.

L'objectif de notre travail est de déterminer les paramètres de fissuration des structures en élasticité linéaire bidimensionnelles par la méthode d'élément fins en utilisant le code Ansys v 15.

Notre mémoire comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique sur la mécanique de la rupture bidimensionnelle et aux notions et hypothèses sur l'état des contraintes les paramètres des fissurations à savoir facteurs d'intensités des contraintes et l'intégral de contours.

Le deuxième chapitre est consacré sur la rupture des aciers de construction et les différents types des ruptures également leurs essais de test.

Le troisième chapitre traite la résolution et les étapes de modélisation des structures par la méthode des éléments finis à la mécanique de la rupture en utilisant le code de calcul Ansys v15.

Le dernier chapitre présente la partie numérique de ce travail. pour cela, nous avons utilisé le code de calcul en élément finis Ansys v15 pour la résolution des problèmes de fissuration en élasticité linéaire à savoir l'état des contraintes et déformations, les facteurs d'intensités des contraintes et l'intégral de contours. Nous avons étudié deux modèles : le premier c'est une plaque à une fissure centrale, et le deuxième est une poutre pré fissuré.

Enfin, le travail est clôturé par conclusion rassemblant tous les principaux résultats obtenus ainsi que des suggestions pour d'éventuelles futures études.

chapitre I

Theorie de la mécanique de la rupture

I. 1. Introduction:

La mécanique de la rupture n'est autre que l'application de la mécanique des milieux continus et de la loi de comportement du matériau à un corps dont les conditions aux limites relatives à la présence géométrique d'une fissure sont introduites. La propagation des fissures peut se faire de manière brutale ou progressive.

Le tableau ci-dessous montre les différents types de rupture évoqués. En effet, chacun de ces types de rupture correspond à un ensemble d'hypothèses de définition et d'analyses [4].

Tableau I.1 :Différents types de fissuration.

Loi de Comportement	Brutale	Progressive
Elastique	Rupture fragile	Rupture par fatigue à grand nombre de cycle
Elasto-plastique	Rupture ductile	Rupture par fatigue oliguo-cyclique

I.2. Analyse des fissures en élasticité linéaire bidimensionnelle :

Dans ce qui suit, on présente les outils nécessaires pour traiter les problèmes qui relèvent de la mécanique de la rupture linéaire et non linéaire.

I.2.1 Notions et hypothèses :

On considère une fissure plane ayant un front rectiligne (figure I.1). Celle-ci correspond à une discontinuité où les contraintes normales sont nulles et où le déplacement subit une discontinuité, de part et d'autre des lèvres de la fissure.

Tout point du plan est repéré, soit par ses coordonnées cartésiennes (x_1 , x_2), soit par ses coordonnées polaires (r , θ).

Nous formulons deux hypothèses importantes qui seront conservées par la suite, sauf indication contraire.

- Le matériau est supposé être homogène et isotrope, avec un comportement élastique linéaire et non linéaire.
- On néglige les forces de volumes et les accélérations, la rupture dynamique n'étant pas ainsitraitée.

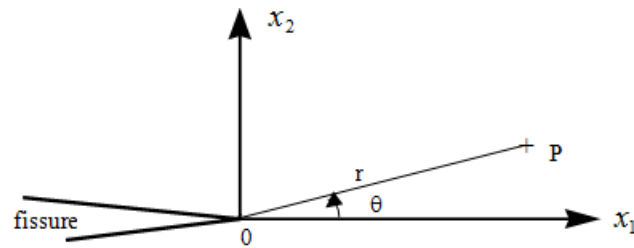


Figure I.1 :Notation adoptée pour une fissuration plane.

I. 2.2 Les différentes zones des champs mécaniques :

D'un point de vue mécanique, on peut distinguer, schématiquement, dans un milieu fissuré trois zones successives [5,6] (figure I.2).

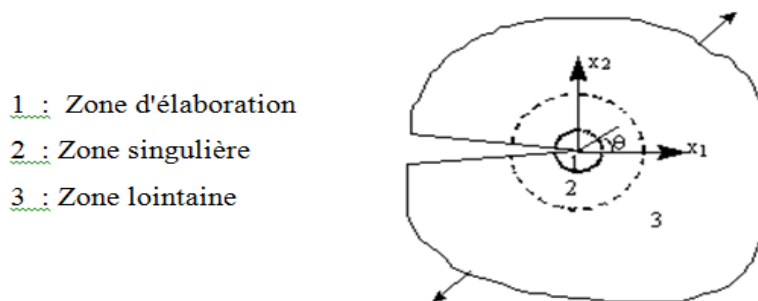


Figure I.2 :Les différentes zones dans les milieux fissurés.

I.2.2.1. La zone d'élaboration (zone 1):

C'est la zone la plus proche de la fissuration (elle se trouve à la pointe de la fissure). Son étude est très complexe à cause des contraintes importantes qui provoquent l'endommagement irréversible de la matière. Elle est ponctuelle d'un point de vue mécanique et elle n'est pas modélisable (phénomène de concentration des contraintes dû aux variations brusques de géométrie).

I.2.2.2. La zone singulière (zone 2):

Dans laquelle les champs de déplacements, de déformations et de contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les contraintes sont infinies au voisinage de la pointe de la fissure ($r \rightarrow 0$).

Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p au delà duquel le seuil plastique est franchi. C'est en fonction de la taille de la zone plastique que l'on dira que la rupture est fragile ou ductile.

I.2.2.3. La zone lointaine (zone 3):

C'est la zone la plus éloignée de la fissure. Elle raccorde la zone singulière avec les conditions aux limites de chargement et de déplacement.

Afin d'étudier la zone singulière, de nombreux auteurs ont défini des paramètres de fissurations par deux approches différentes: l'approche locale et l'approche énergétique.

I.2.3. Approche locale:

L'approche locale est fondée sur l'utilisation des fonctions d'Airy ;

$$\begin{cases} \sigma_{(x,x)} + \sigma_{(xy,y)} + X=0 \\ \sigma_{(xy,x)} + \sigma_{(y,y)} + Y=0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} (\sigma_x - V)_{,x} + \sigma_{xy,y} = 0 \\ \sigma_{xy,x} + (\sigma_y - V)_{,y} = 0 \end{cases} \quad (I.1)$$

$$\vec{F} = - \vec{\text{grad}}V \quad \text{ou} \quad V = V(x, y)$$

$$\begin{cases} A_{,yy} = \sigma_x - V \\ A_{,xx} = \sigma_y - V \\ -A_{,xy} = \sigma_{xy} \end{cases} \quad (I.2)$$

Cette approche résout des problèmes plans et fait appel à la recherche de fonctions analytiques.

I.2.3.1. Les trois modes d'ouverture d'une fissure:

A la pointe de la fissure, le champs de contrainte tend vers l'infini pour cela on définit "des facteurs d'intensité de contrainte" notés : K_I , K_{II} , K_{III} suivant les trois modes de fissurations élémentaires [5].

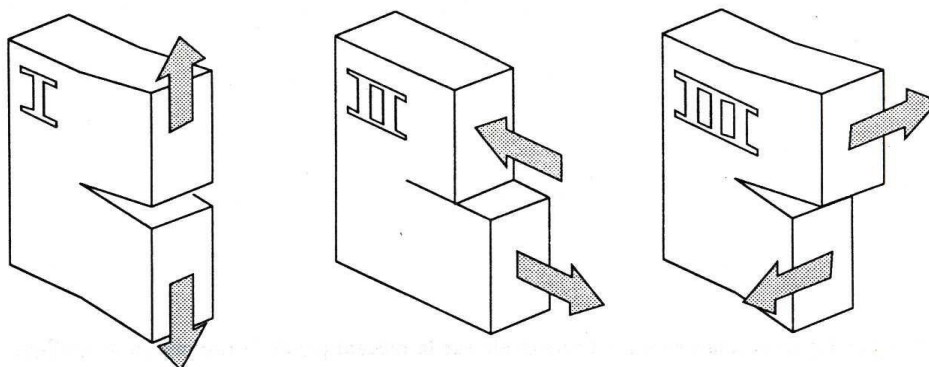


Figure I.3: Les trois modes d'ouverture des fissures.

Mode I : le déplacement aux lèvres de la fissure est perpendiculaire à la direction de propagation. Ce mode est souvent le plus dangereux.

Mode II : il est engendré par un cisaillement dans le plan de la fissure. Le déplacement aux lèvres de la fissure est perpendiculaire au front de la fissure.

Mode III : il est produit par un cisaillement antiplan (hors plan). Le déplacement aux lèvres de la fissure est parallèle au fond de la fissure.

I.2.3.2. Détermination des champs de contraintes et de déplacements au voisinage d'une fissure, (résolution de Westergaard):

Westergaard [5,6] ramène la recherche d'une solution au problème d'élasticité plane, à trouver pour chaque mode de fissuration, une fonction harmonique complexe dont l'expression dépend de la forme de la fissure et du type de chargement. Les résultats sont résumés de la manière suivante :

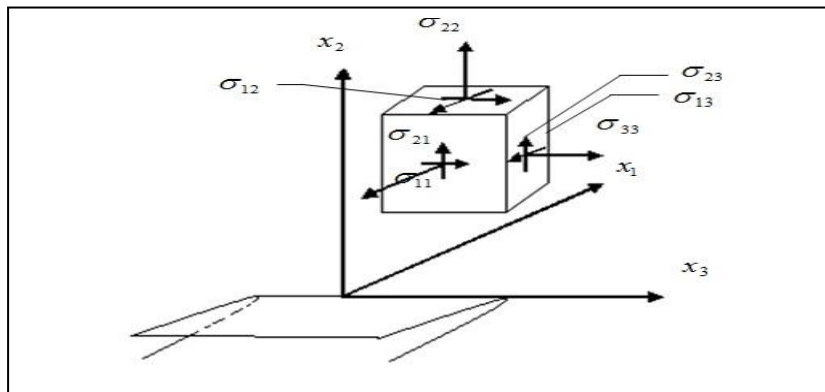


Figure I.4 :Distribution des contraintes.

Mode I :

• **Contraintes :**

$$\sigma_{11} = \frac{k_1}{(2 \cdot \pi \cdot r)^{1/2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3 \cdot \theta}{2} \right) \quad (I.3)$$

$$\sigma_{12} = \frac{k_1}{(2 \cdot \pi \cdot r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3 \cdot \theta}{2} \right) \quad (I.4)$$

$$\sigma_{22} = \frac{k_1}{(2 \cdot \pi \cdot r)^{1/2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3 \cdot \theta}{2} \right) \quad (I.5)$$

$$\sigma_{33} = \nu \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad , \text{ en déformation plane } (\varepsilon_{33} = 0) \quad (I.6)$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad , \text{ en contrainte plane } (\varepsilon_{33} \neq 0) \quad (I.7)$$

• **Déplacements :**

$$u_1 = \frac{k_I}{(2 \cdot \mu)} \cdot \left(\frac{r}{2 \cdot \pi} \right)^{1/2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) \quad (I.8)$$

$$u_2 = \frac{k_I}{(2.\mu)} \cdot \left(\frac{r}{2.\pi}\right)^{1/2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) \quad (\text{I.9})$$

$k = 3 - 4.\nu$, en déformation plane

ν : coefficient de Poisson

$$k = \frac{3 - \nu}{1 - \nu} , \text{ en contrainte plane ,}$$

μ : Module de cisaillement

Mode II :

• **Contraintes :**

$$\sigma_{11} = \frac{k_{II}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(-\sin \frac{\theta}{2}\right) \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3.\theta}{2}\right) \quad (\text{I.10})$$

$$\sigma_{12} = \frac{k_{II}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3.\theta}{2}\right) \quad (\text{I.11})$$

$$\sigma_{22} = \frac{k_{II}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3.\theta}{2}\right) \quad (\text{I.12})$$

$$\sigma_{33} = \nu \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22}) , \text{ en déformation plane} \quad (\text{I.13})$$

$$\sigma_{33} = 0 , \text{ en contrainte plane} \quad (\text{I.14})$$

• **Déplacements :**

$$u_1 = \frac{k_{II}}{(2.\mu)} \cdot \left(\frac{r}{2.\pi}\right)^{1/2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta + 2) \quad (\text{I.15})$$

$$u_2 = -\frac{k_I}{(2.\mu)} \cdot \left(\frac{r}{2.\pi}\right)^{1/2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta - 2) \quad (\text{I.16})$$

Mode III :

• **Contraintes :**

$$\sigma_{13} = \frac{k_{III}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(-\sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{I.17})$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = 0$$

$$\sigma_{23} = \frac{k_{III}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(\cos \frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{I.18})$$

• **Déplacements :**

$$u_3 = \frac{k_{III}}{\mu} \cdot \left(\frac{r}{2.\pi}\right)^{1/2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{I.19})$$

I.2.4. Les facteurs d'intensité des contraintes:

En élasticité les facteurs d'intensité de contraintes K_I , K_{II} , K_{III} (Mpa. $m^{-1/2}$) caractérisent l'état des contraintes et déplacements au voisinage de l'extrémité d'un défaut, ils dépendent de la géométrie de la fissure et de la nature des sollicitations.

Les facteurs d'intensité des contraintes peuvent être obtenus à partir du champ de contraintes (aspect statique) ou du champ des déplacements (aspect cinématique).

I.2.4.1. Aspect statique (résolution de WILLIAMS):

Il s'agit d'une résolution alternative de l'équation de compatibilité en milieu plan.

Cette résolution considère une fonction d'Airy écrite sous forme d'une série polynomiale [6].

Les résultats sont résumés comme suit :

$$\sigma_{11} = \frac{k_I}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3.\theta}{2} \right) - \frac{k_{II}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(\sin \frac{\theta}{2} \right) \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3.\theta}{2} \right) \quad (I.20)$$

$$\sigma_{12} = \frac{k_I}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3.\theta}{2} \right) + \frac{k_{II}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(\cos \frac{\theta}{2} \right) \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3.\theta}{2} \right) \quad (I.21)$$

$$\sigma_{22} = \frac{k_I}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3.\theta}{2} \right) + \frac{k_{II}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(\sin \frac{\theta}{2} \right) \left(\cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3.\theta}{2} \right) \quad (I.22)$$

$$\sigma_{13} = \frac{k_{III}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(-\sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (I.23)$$

$$\sigma_{23} = \frac{k_{III}}{(2.\pi.r)^{1/2}} \cdot \left(\cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (I.24)$$

La position du point d'intégration M est montré par la (figure I.5), dans le repère local :

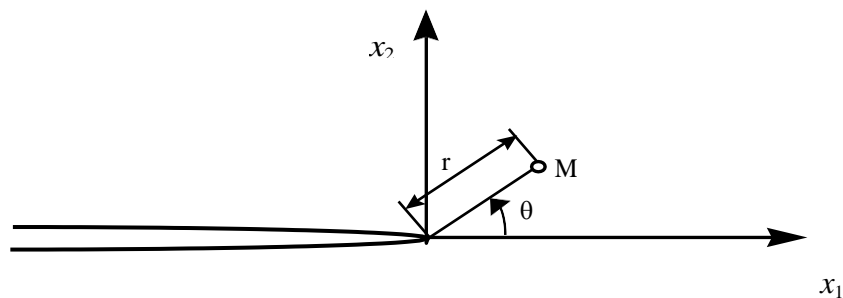


Figure I.5 : Axes locaux et position du point de calcul de contraintes.

I.2.4.2. Aspect cinématique : Dans cet aspect, on s'intéresse aux déplacements relatifs des lèvres de la fissure [6], comme le montre la (figure I.6).

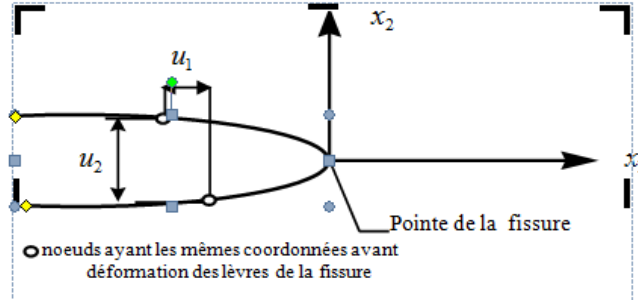


Figure I.6 :Les déplacements relatifs.

$$[u_2] = v(r, \pi) - v(r, -\pi) = \frac{k_I}{\mu} (k+1) \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \quad (I.25)$$

$$[u_1] = u(r, \pi) - u(r, -\pi) = \frac{k_{II}}{\mu} (k+1) \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \quad (I.26)$$

à partir des équations (1.6) , (1.7) , (1.13) et (1.14) on à :

$$\begin{cases} u_1(r, \theta) = \frac{k_I}{(2\mu)} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + \frac{k_{II}}{(2\mu)} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta + 2) \\ u_2(r, \theta) = \frac{k_I}{(2\mu)} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) - \frac{k_{II}}{(2\mu)} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta - 2) \end{cases} \quad (I.27)$$

* Les facteurs k_I , k_{II} sont directement proportionnels aux discontinuités des composantes u_1 , u_2 .

* De la même façon en mode III. Le facteur d'intensité des contraintes k_{III} est aussi proportionnel à la discontinuité du déplacement tangentiel:

$$[u_3] = u_3(r, \pi) - u_3(r, -\pi)$$

à partir de l'équation (1.17) on à:

$$[u_3] = \frac{4}{\mu} \cdot k_{III} \cdot \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \quad (I.28)$$

avec:

$k = 3 - 4\nu$: en déformation plane

$k = (3 - \nu) / (1 + \nu)$: en contrainte plane

ν : Coefficient de Poisson

μ : Module de cisaillement.

Si on connaît les valeurs des facteurs d'intensité de contraintes, on peut déterminer le champ de contraintes et le champ de déplacements dans la structure fissurée, considérée comme élastique. Inversement, si l'on connaît les expressions des composantes non nulles des contraintes et des déplacements, on peut déterminer les facteurs d'intensité des contraintes par les expressions suivantes qui constituent leurs définitions, pour les milieux fissurés plan :

$$k_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8.c} \sqrt{\frac{2.\pi}{r}} [u_2] \right) \quad (I.29)$$

$$k_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8.c} \sqrt{\frac{2.\pi}{r}} [u_1] \right) \quad (I.30)$$

$$k_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8.(1+\nu)} \sqrt{\frac{2.\pi}{r}} [u_3] \right) \quad (I.31)$$

avec $c = 1$, en contrainte plane
 $c = 1 - \nu^2$, en déformation plane , E module de Young.

I. 2.5 Approche énergétique :

La propagation de fissure est un phénomène dissipateur d'énergie. Dans la théorie Griffith l'énergie consommée est la différence entre l'état énergétique du système avant et après fissuration. Cette énergie peut s'assimiler à une énergie de surface, et Griffith a postulé que c'était une caractéristique intrinsèque du matériau.

I. 2.5. 1. Taux de restitution d'énergie :

Le premier principe de la thermodynamique appliqué à une structure fissurée en milieu élastique linéaire sans échange thermique stipule la conservation de l'énergie totale de la structure qui s'écrit [5,3] :

$$dw(\varepsilon) - dw_{ext} - dw_s - dE_c = 0 \quad (I.32)$$

où $w(\varepsilon)$: densité d'énergie de déformation de la structure, $dw(\varepsilon)$: variation de $w(\varepsilon)$

w_{ext} : Le travail des effort extérieurs , dw_{ext} : variation de w_{ext} .

$w_{pot} = w(\varepsilon) - w_{ext}$ alors

$$dw_{pot} = dw(\varepsilon) - dw_{ext} \quad (I.33)$$

w_{pot} : Energie potentielle totale

dw_{pot} : Variation de l'énergie potentielle

w_s : Energie irréversible au fond de la fissure.

E_c : Energie cinétique

dE_c : la variation de l'énergie cinétique de la fissure

lors d'un accroissement de (ds) de la surface de la fissure, il y aura :

$$dE_c > 0 \text{ et donc : } \frac{\partial (w_{pot})}{\partial s} - \frac{dw_s}{\partial s} \geq 0 \quad \text{ou autrement}$$

$$\frac{\partial}{\partial s} (w(\varepsilon) - w_{ext}) - \frac{dw_s}{\partial s} \geq 0 \tag{I.34}$$

avec $\frac{\partial}{\partial s} (w(\varepsilon) - w_{ext}) = \frac{\partial}{\partial s} w_{pot} = G$, G : taux de restitution d'énergie

On définit γ par :

$$\frac{dw_s}{\partial s} = 2 \cdot \gamma, \quad \text{qui est un paramètre intrinsèque du matériau.}$$

Pour qu'il y ait fissuration , il faut que :

$$G \geq 2 \cdot \gamma \tag{I.35}$$

G est une valeur négative puisque w_{pot} diminue lors de l'accroissement ds , elle représente la quantité d'énergie que la structure est susceptible de libérer au cours d'une propagation unitaire. G donne donc le même type d'information qu'un facteur d'intensité de contraintes.

• **Cas Particulier:**

- * Lorsqu'il s'agit de fissure n'affectant pas, lors de sa propagation, les conditions aux limites appliquées à la pièce, le travail des efforts extérieurs w_{ext} ne varie pas, on écrit donc:

$$G = \frac{dw_{pot}}{\partial s} = \frac{\partial w(\varepsilon)}{\partial s} \tag{I.36}$$

- * Pour une fissuration en milieu bidimensionnel, d'épaisseur b , on écrit $ds = b \cdot da$

G s'écrit alors: $G = \frac{1}{b} \cdot \frac{dw_{pot}}{\partial a}$ où ∂a est l'accroissement de la fissure

- * Pour une épaisseur unité: $G = \frac{dw_{pot}}{\partial a}$

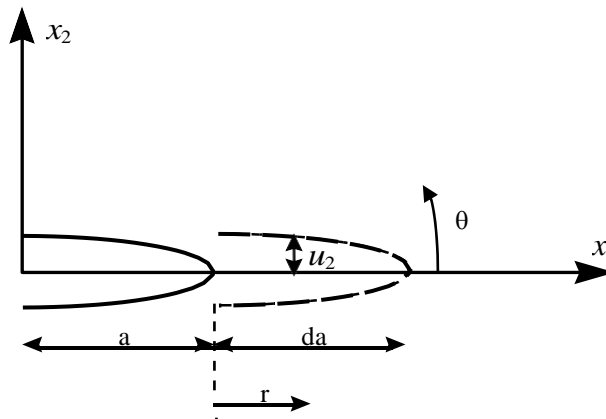


Figure I.7 :Accroissement d'une fissure.

* En milieu infini bidimensionnel en mode I, la relation entre G et k_I s'écrit comme suit[5]:

$$G = \frac{K^2}{E'} \tag{I.37}$$

avec : $E' = E$ en contrainte plane.

$E' = E/(1 - \nu^2)$ en déformation plane.

* La relation entre G , (k_I , k_{II} , k_{III}) en milieu infini élastique linéaire bidimensionnel est [3]:

$$G = \frac{(k_I^2 + k_{II}^2)}{E'} + \frac{k_{III}^2}{2\mu} \tag{I.38}$$

μ : module de cisaillement avec $E' = E$ en contrainte plane

$E' = E/(1 - \nu^2)$ en déformation plane.

I. 2.5. 2. Intégrale de contour « J »:

Le taux de restitution d'énergie peut s'écrire sous la forme d'une intégrale de contour appelée (J) [4,5]. L'expression de cette intégrale a été introduite par Rice et par Cherepanov (figure 1.8).

$$J = \int_{\Gamma} (w dx_2 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds), \quad i, j=1,2 \tag{I.39}$$

où w est la densité d'énergie de déformation telle que $\sigma_{ij} = \partial w / \partial \epsilon_{ij}$, $T = \sigma_{ij} n_j$ est le vecteur contrainte en un point M du contour Γ avec la normale tournée vers l'extérieur et u est le vecteur déplacement du même point. Le contour Γ doit être orienté tel qu'il est représenté sur la figure (I.8) .

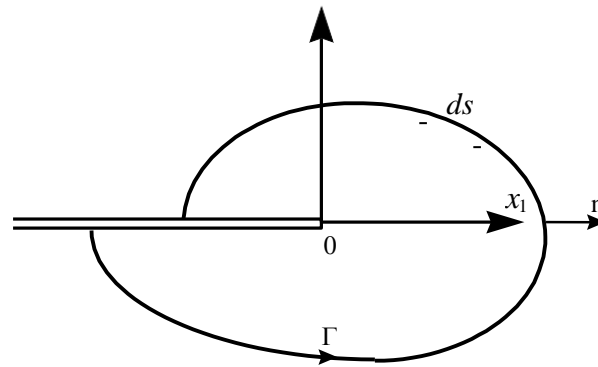


Figure I.8 : Le contour d'intégration Γ

Cette intégrale de contour a les propriétés suivantes :

- * J est indépendante du contour (Γ) choisi.
- * Lorsque le contour est placé au milieu élastique linéaire, avec une fissuration rectiligne alors, dans ce cas l'intégrale J est identique au taux de restitution d'énergie

$$J = G = \frac{(k^2 + k'^2)}{E'} u \quad (\text{en mode I et II}) \quad (\text{I.40})$$

La propriété d'invariance de (J) par rapport au contour permet de définir une caractéristique mécanique de la fissuration à partir d'information « au loin ». Cette particularité est intéressante sur le plan numérique où on utilise des champs « lointains » dont l'approximation par élément finis est beaucoup plus précise que celle des champs « proches ». de la densité d'énergie volumique de déformation dans une direction θ , notée **S** (figure I.9) [5].

I.2.6. Propagation:

Nous avons présenté les méthodes permettant la détermination des champs de contraintes, déformations et déplacements dans un milieu fissuré et notamment au voisinage de la pointe de la fissure. Ces champs étant déterminés, il est nécessaire de prévoir le comportement de la fissure dans le milieu fissuré, autrement dit prévoir sa propagation, en utilisant les critères de propagation [6,8].

I.2.6.1. Critères de propagation:

Ces critères, nous permettent de savoir si la fissure a tendance à se propager et à quelle condition commence-t-elle à se propager.

- * Critère du facteur d'intensité des contraintes:

Dans le cas d'un problème en Mode I pur (ouverture symétrique), lorsque le facteur d'intensité de contraintes atteint sa valeur critique k_{Ic} , la propagation de la fissure se produit. Ce critère est formulé par :

$$k_I = k_{Ic} \quad (I.41)$$

k_{Ic} : est une caractéristique physique du matériau, appelée la ténacité du matériau, déterminée expérimentalement.

* Critère du taux de restitution d'énergie G:

Un des premiers critères de rupture a été établi par Griffith en 1920 « la rupture se produit lorsque l'énergie restituée par l'extension de la fissure est supérieure à l'énergie nécessaire à créer la surface relative à cette extension » [5].

Pour les matériaux élastiques fragiles, G_c ne dépend que de la caractéristique du matériau γ :

$$G_c = 2 \cdot \gamma \quad (I.42)$$

* Intégrale de Rice J:

D'après la théorie de Griffith, il y aura propagation lorsque :

$$J > J_R \quad (I.43)$$

J_R : est un paramètre caractéristique du matériau étudié .

$$J_R = F(\Delta a) \quad (I.44)$$

Δa : Croissance de fissure.

* Densité d'énergie de déformation S:

Sith a introduit un critère de la densité de déformation minimale qui permet de calculer l'angle de déviation θ_0 . La propagation commence lorsque « S » atteint une valeur critique caractéristique du matériau S_c [3]:

$$S_{\min} = S_c \quad (I.45)$$

Dans le cas d'un problème en mode I pur, la valeur critique S_c peut être obtenue par la valeur critique k_{Ic} , en déformation plane :

$$S_c = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2 \cdot \pi \cdot E} \cdot k_{Ic}^2 \quad (I.46)$$

I.2.6.2. Bifurcation de la fissure:

Les paramètres qui ont été définis jusqu'à présent, permettent de caractériser les champs de contraintes, de déformations et de déplacements à la pointe de la fissure dans une structure donnée. Il reste à trouver la direction de propagation de la fissure. Nous avons retenu deux critères de bifurcation parmi les plus largement répandus[5,6].

- Le premier s'établit à partir de la densité de l'énergie de déformation.
- Le deuxième est le critère du maximum du taux de restitution d'énergie

I.3. Rupture par fissuration:

Il s'agit ici d'une succession de mécanismes (fragile ductile) qui sous contrainte répétées entraîne. La fissuration successive appelée la rupture par « fatigue ».

Il existe de type de rupture par fatigue :

- Rupture par fatigue à grand nombre de cycles.

La fissuration de ce type peut intervenir sous déformation plastique appréciables

- Rupture par fatigue à petit nombre de cycles. «oligocyclique ».

La fissuration de ce type peut s'accompagner de grande déformation plastique.

I.4. Lois de propagation de fissures:

La rupture par fatigue est le phénomène de la propagation d'une fissure sous chargement variable passant par les deux stades décrits auparavant. La compréhension de ce phénomène réside dans l'étude de la vitesse de propagation des fissures par fatigue : dans ce cadre, la Mécanique de la rupture a fortement contribué à l'étude de nombreuses lois liant la vitesse de fissuration en fatigue à des paramètres caractéristiques déterminée analytiquement. D'une façon générale, nous pouvons expliciter une loi semi-théorique appelée « loi de propagation de fissure » qui tient compte des différents paramètres agissant sur la durée de vie en fatigue.

Cette loi s'écrit :

$$\frac{da}{dN} = f(G, C, M, Q) \quad (I.47)$$

Avec :

a : longueur de la fissure. N : le nombre de cycles

$\frac{da}{dN}$: la vitesse de propagation.

G : paramètre représentant la géométrie globale de la pièce et géométrie locale de la fissure.

C : paramètre représentant l'amplitude du champ de contraintes, et le rapport des sollicitations minimum et maximum [$R = \sigma(\min) / \sigma(\max)$] ainsi que les conditions aux limites.

M : paramètre représentant l'influence du milieu dans lequel la pièce est mise en œuvre (température, ... ect).

Q : la qualité mécanique du matériau dans lequel se propage la fissure.

I.5. Les approches utilisées pour le calcul de la durée de vie à la fatigue

Il existe principalement deux approches de vérification à la fatigue des pièces structures l'une que nous qualifions de "classique" et qui est basée sur l'utilisation des courbes (S.N). Et d'une l'autre plus récente qui est fondée sur les concepts de la mécanique de la rupture vu l'utilisation de la loi de propagation de fissure. La (figure I.09) montre un ensemble des courbes (S N) moyennes pour différentes séries d'essai de fatigue réalisées sur un même type d'éprouvette.

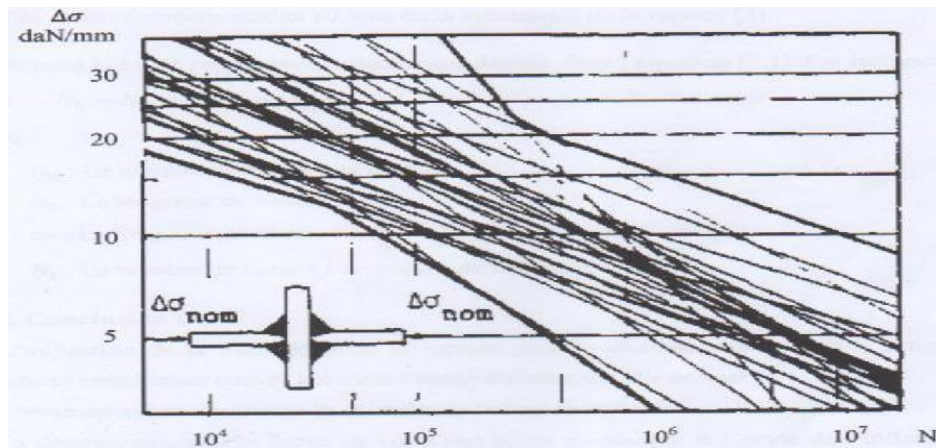


Figure I.9 : Corbe (S-N) moyenne pour différentes séries d'essai de fatigue réalisées sur un même type d'éprouvette.

I.5.1. Approche classique au moyen des courbes (S-N) :

Pour la vérification à la fatigue des structures on utilise cette approche dans la plupart des règlements. Le dimensionnement se fait au moyen des courbes (S- N) qui relie, pour :

- une géométrie donnée
- la variation de la contrainte appliquée ($\Delta\sigma$)
- nombre de cycles à la rupture NR (durée de vie)

Wohler donne cette relation :

$$N_R = A \cdot (\Delta\sigma)^b \quad (I.48)$$

avec A et b sont deux constantes déterminées expérimentalement.

I.5.2. Approche au moyen de la mécanique de la rupture :

L'interprétation phénoménologique de la rupture par fatigue à l'aide des lois de la propagation de fissure ouvre la porte à l'utilisation de la mécanique de la rupture pour mieux appréhender l'effet des paramètres ayant une influence présumée sur la durée de vie

et pour mieux comprendre le mécanisme de la rupture par fatigue pour autant que les paramètres étudiés aient une interprétation au sens de la mécanique de la rupture. Prenons la loi de propagation schématique donnée dans l'équation (Par intégration), on écrit [5]:

$$N_R - N_1 = \int_{a_0}^{a_f} \frac{1}{f(G, C, M, Q)} da \quad (I.49)$$

N_R : le nombre de cycle de la rupture

a_0 : la longueur de la fissure initial

a_f : la longueur de la fissure final

N_1 : le nombre de cycle à l'amorçage de la fissure.

I.6. Analyse qualitative de l'écoulement plastique en pointe de fissure:

On distingue successivement le cas de la contrainte plane et celui de la déformation.

❖ Contrainte plane:

Nous avons une plaque fissurée soumise à un chargement extérieure σ (figure I.10).

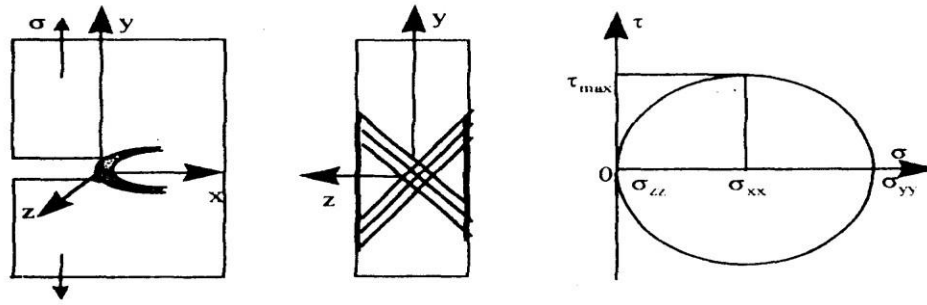
Dans la zone déformée plastiquement et dans le plan qui prolonge la fissure les directions principales des contraintes sont les axes ox , oy , oz . Le cercle de MOHR qui représente l'état des contraintes dans cette zone a un rayon K , K étant la limite d'élasticité en cisaillement et il passe par l'origine, puisque $\sigma_{zz} = 0$ la grande contrainte principale étant σ_{yy} le cisaillement maximal s'exerce sur des plans à plus à plus au moins $\pi/4$ des directions ox , oy . On constate en effet comme cela est représenté sur la (figure I.10), que la déformation plastique se produit par glissement le long de ces directions en produisant un rétrécissement selon l'épaisseur de plaque. Comme le montre la (figure I.10.b)

❖ Déformation plane:

Les directions principales des contraintes sont toujours les axes ox, oy et oz . On conçoit aisément le fait que la contrainte σ_{xx} soit plus faible que σ_{yy} . Cela est dû à un émoussement de la figure, aussi faible soit-il. En plasticité la contrainte σ_{zz} vaut la moitié de la somme des contraintes, dans le cas où $\nu=0.5$ puisqu'on a toujours la relation suivante:

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (I.50)$$

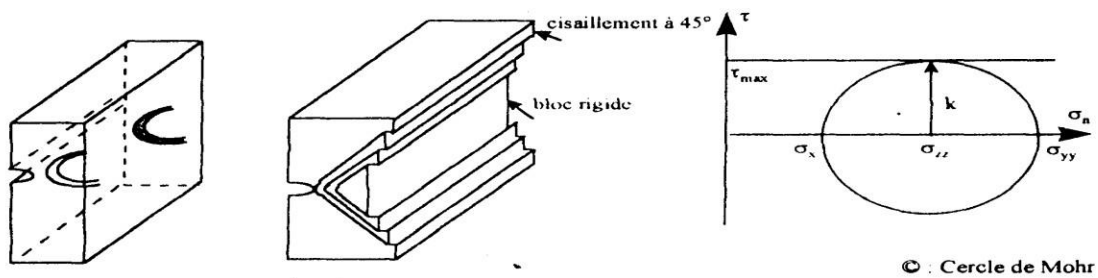
Cette fois-ci la contrainte intermédiaire est σ_{zz} . Les plans de glissements contiennent l'axe oz et sont situés à $\pm\pi/4$ des axes ox et oy , comme l'indique la figure (I.10)[4].



(a) : Vue dans le plan (b) : Vue sur la face arrière (c) : Cercle de Mohr de la plaque

Figure I.10: Déformation plastique en contrainte plane

Lorsque la plasticité reste confinée (figure I.11.a), les zones plastiques ont une forme d'ailes de papillon. En surface, l'écoulement étant beaucoup plus facile, la zone plastifiée est plus étendue. Le cercle de MOHR (figure I.11.c) est cette-ci, fortement décalé sur l'axe des tensions.



Début de l'extension écoulement non confiné

(a) : Vue dans le plan (b) : Vue sur la face arrière (c) : Cercle de Mohr de la plaque

Figure I.11 : déformation plastique en déformation plane.

I.6.1. Les différentes zones de plasticité:

La rupture d'une structure fissurée soumise à un chargement extérieur en mode I (ouverture) peut se produire de diverse manière. Les schémas (figure I.12) [4].

Relatifs à un panneau à fissure centrale et soumis à une contrainte globale σ illustrant les différents degrés de plastification.

On définit les différentes contraintes qui se développent dans la structure par :

- ❖ σ_{pf} : contrainte locale près de la fissure.
- ❖ σ_y : limite d'élasticité du matériau.

❖ σ_n : contrainte nominale sur le ligament.

On obtient alors les 3 cas de figure :

$$\text{a) } \sigma_{pf} > \sigma_y > \sigma_n > \sigma: \quad (\text{I.51})$$

La zone plastique est très limitée. On se trouve dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture (figure I.12a) (donc avec présence d'une zone singulière ou les contraintes tendent vers l'infini en pointe de fissure). La rupture se produit par une propagation rapide et instable de la fissure.

$$\text{b) } \sigma_{pf} > \sigma_y \geq \sigma_n > \sigma: \quad (\text{I.52})$$

La zone plastique doit être prise en considération. Ce cas de figure est celui de la plasticité confinée à condition que la zone plastique n'atteigne pas les bords libres de la structure. Ce domaine est typiquement celui de la mécanique elastoplastique de la rupture (fig I.12b)

$$\text{c) } \sigma_{pf} > \sigma_n > \sigma_y > \sigma: \quad (\text{I.53})$$

La plasticité atteint le bord libre de la structure et donc non confinée. On se trouve dans le cadre de la plasticité étendue. L'instabilité plastique est conditionnée par la géométrie de la structure (épaisseur, longueur du ligament et de la fissure) (figure I.12).

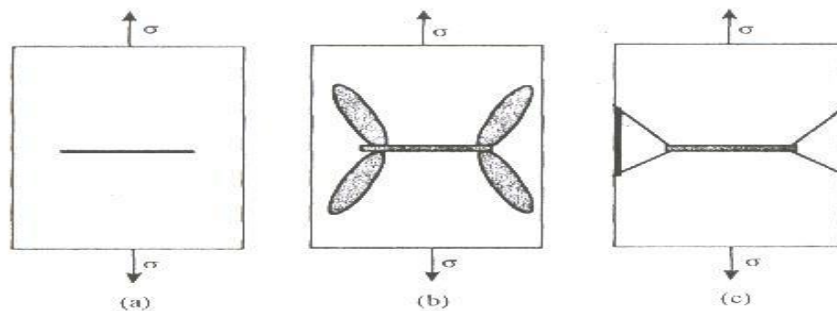


Figure I.12 :diffèrent zones de plasticité.

I.6.2. Solution en plasticité confinée:

On présente deux solutions, celle proposée par Irwin et celle du modèle de Dugdale-Barenblatt. Ces deux solutions sont, en effet, importantes pour comprendre l'effet de la plasticité.

I.6.2.1. Modèle d'Irwin: Irwin, en se basant sur les critères de déformation plastique de TRESCA et VON MISES, a décrit une zone plastique circulaire en fond de fissure (Figure.I.13). Ce modèle est très approximatif, car il surestime la taille de la zone plastique surtout pour les matériaux à ténacité élevée; mais reste utile dans la pratique pour évaluer (grossièrement) la dimension de cette zone plastique[4].

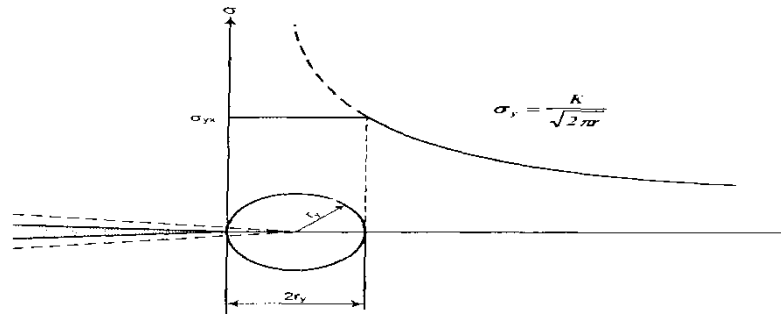


Figure I.13 :Modèle d'Irwin, pour la zone plastique en fond de fissure.

Par analogie avec une solution élasto-plastique qui prévoit que la frontière de la zone plastique d'une fissure soumise à un mode III de rupture est circulaire, IRWIN a calculé la taille de cette zone plastique à partir:

$$r_p = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \cdot \left(\frac{k_1}{\sigma_y}\right)^2 E_n(\text{Contrainte Plane}) \tag{I.54}$$

$$r_p = \left(\frac{1}{6\pi}\right) \cdot \left(\frac{k_1}{\sigma_y}\right)^2 E_n(\text{déformation Plane}) \tag{I.55}$$

La contrainte nominale dans cette zone plastique circulaire est égale à σ_y (limite élastique du matériau) et le profil des contraintes élastiques hors de la zone plastique est le même que celui qu'on détermine dans l'analyse purement élastique si on décale ce dernier d'une quantité r_p (figure.I.14).

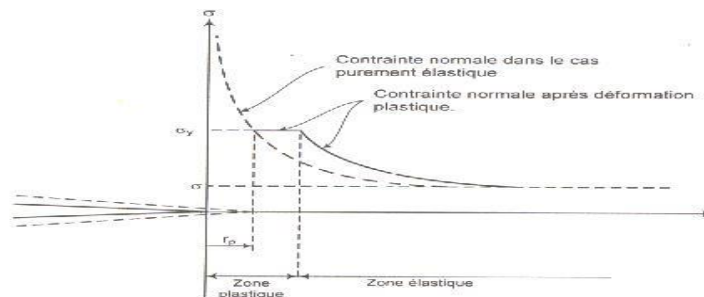


Figure I.14 :Schéma de la zone plastique en Mode I selon IRWIN.

Toutefois en écrêtant l'amplitude des contraintes par plastification, on n'obtient pas l'équilibre des forces transmises par les contraintes engendrées par le chargement. Cette procédure revient à allonger fictivement la fissure d'une longueur égale au rayon de la zone plastique (figure.I.15). On définit ainsi une longueur effective de la fissure notée $\langle a_{eff} \rangle$ qui est donnée par : $a_{eff} = a + r_p$

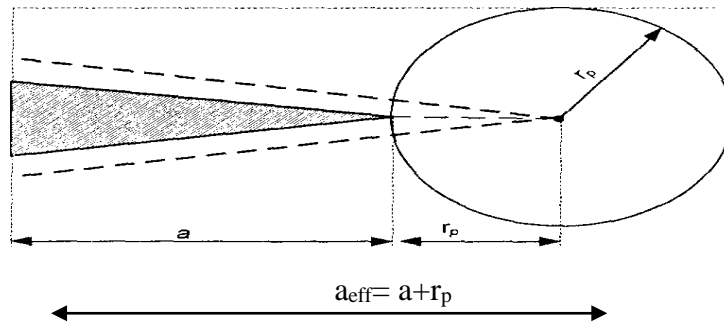


Figure I.15 :Longueur effective de fissure $\langle a_{eff} \rangle$.

L'approche d'IRWIN repose sur la modélisation de la distribution des contraintes dans le ligament comme le montre la figure (I.16).

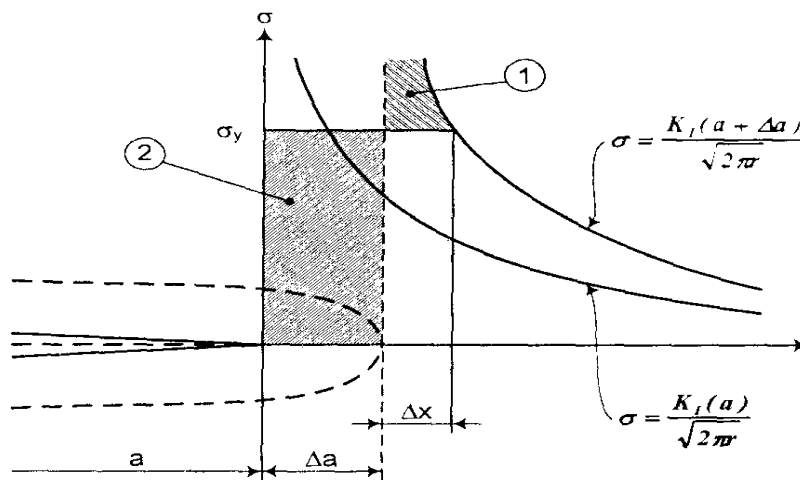


Figure I.16 :Distribution des contraintes.

Il s'agit essentiellement de tenir compte des effets de plasticités en introduisant une longueur de fissure fictive telle que :

- sur tout le supplément de longueur, la contrainte soit égale à la contrainte d'écoulement σ_y .
- l'équilibre global avec les contraintes imposées aux conditions limites soit respecté.

I.6.2.2. Modèle de dugdale Barenblatt ou Bilby-cottrell-swinden:

Ce modèle est basé sur le principe de superposition. Considérons une fissure de longueur (2a) dans une plaque infinie soumise a une contrainte uniforme à l'infini notée σ_∞ [6]. La plasticité est modélisée par des efforts égaux à la limite d'élasticité du matériau. Ces efforts constants s'exercent sur une longueur R_D , taille de la zone plastique à déterminer, devant chaque extrémité de la fissure. (Figure I.17). Ce modèle concerne donc une zone plastifiée de contrainte plane:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(x,0) &= -\sigma_\infty & \text{si } |x| \leq a \\ \sigma_{yy}(x,0) &= -\sigma_\infty + R_p & \text{si } a < x \leq (a+R_p) \end{aligned} \tag{I.56}$$

Le facteur d'intensité des contraintes doit être nul de façon à obtenir des contraintes finies aux limites de la zone plastifiée. Cela permet de calculer en fonction des paramètres (a et σ_∞) On trouve ainsi :

$$RD = a \left[\frac{1}{\cos\left(\pi \cdot \frac{\sigma_\infty}{2} \cdot Rp\right)} - 1 \right] \tag{I.57}$$

Dans le cas ou $\sigma_\infty \ll R_p$ » alors :

$$RD = \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{kI}{Rp}\right)^2 \tag{I.58}$$

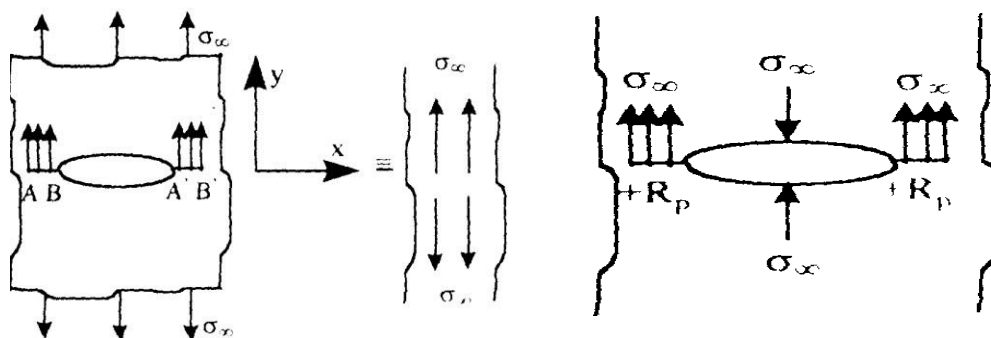


Figure. I.17 :Modèle de Dugdale-Barenblatt.

Le facteur de proportionnalité trouvée, $\pi/8$ est proche de $1/\pi$, la valeur trouvée par le modèle d'Irwin en plasticité confinée en contrainte plane pour un matériau sans consolidation. La fissure adopte, sous l'effet de l'équivalent de force de cohésion reliée à la plasticité, la forme particulière représentée en figure (I.18).

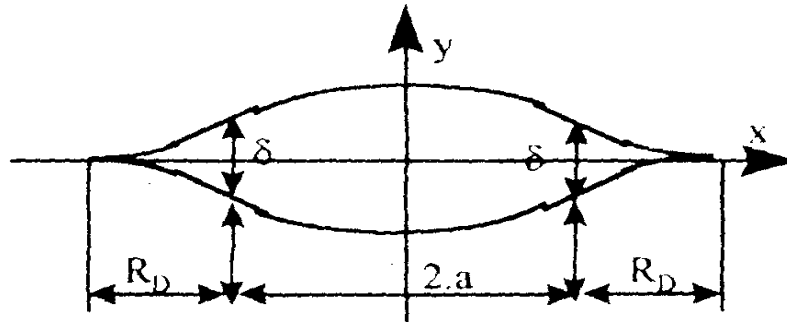


Figure I.18 :Forme de la fissure ouverte dans le modèle de Dugdale.

L'écartement de la fissure δ est calculée comme étant égale a :

$$\delta = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{R_p}{E} \cdot a \cdot \ln \left(\frac{1 + \cos \left(\frac{\pi \sigma}{2R_p} \right)}{1 - \cos \left(\frac{\pi \sigma}{2R_p} \right)} \right) \quad (I.59)$$

Le modèle de Dugdale-Barenblatt permet de calculer la taille de la zone plastique R et l'écartement de la fissure δ . On compare les expressions dérivées précédemment d'Irwin avec ceux de Dugdale-Barenblatt. Cette comparaison faite sur les solutions précédentes ne s'appliquent bien que lorsque la contrainte appliquée ne dépasse pas la moitié de la limite élastique.

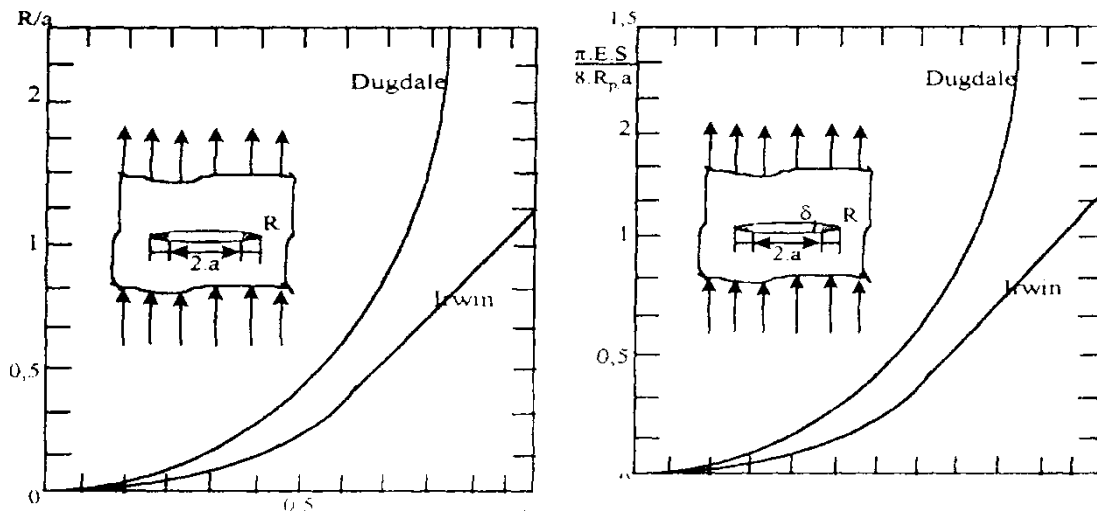


Figure I.19 : Comparaison entre le modèle de Dugdale et le modèle d'Irwin en contrainte plane.

Remarque :

1 - Les modèles d'Irwin et de Dugdale-Barenblatt permettent, dans le principe d'évaluer l'étude de la zone déformée plastiquement en pointe de fissure. A la suite de nombreuses expériences et de calculs, on donne habituellement comme limite:

$$b \leq 2.5 \left(\frac{k_1}{R_p} \right)^2 \quad (\text{I.60})$$

Ou b est la dimension du ligament.

2 - Les solutions proposées par Irwin et Dugdale permettent de modéliser un matériau élasto-plastique quand la zone de plasticité est petite. Ceci nous permet d'étendre la mécanique linéaire des ruptures à la mécanique élasto-plastique des ruptures.

I. 7. Méthodologie de mesure de l'intégrale J :

Tant que le comportement du matériau est linéaire, l'intégrale J correspond à l'énergie de Griffith qui est directement reliée au facteur d'intensité des contraintes K lui-même proportionnel à la charge appliquée et pouvant être calculé à partir des conditions de chargement et de la taille de la fissure. Les choses se compliquent lorsque le comportement est non linéaire. Le principe de Superposition n'est plus vérifié et l'intégrale J n'est plus proportionnelle à la charge appliquée. Aussi il n'existe pas de relation simple entre J, la charge appliquée et la taille de la fissure [2].

Une manière de déterminer J consiste à appliquer la définition de cette intégrale, à la configuration de chargement. Les premières mesures de l'intégrale J sur des plaques fissurées, utilisaient un ensemble de jauges de déformations collées sur un contour entourant la fissure. Comme l'intégrale J est indépendante du contour d'intégration, on choisissait un contour de collage des jauges de telle sorte que les mesures soient le plus simples possible. Cette méthode était également utilisée pour les calculs par éléments finis où l'on détermine les contraintes, les déformations et les déplacements le long d'un contour généralement circulaire pour ensuite calculer l'intégrale J. Les approches numériques modernes utilisent toutefois une extension virtuelle de la fissure qui donne des résultats plus précis. Cependant cette méthode de contour est impraticable dans beaucoup de cas. L'instrumentation requise est coûteuse et elle devient acrobatique lorsque les structures sont complexes. La méthode beaucoup plus appliquée actuellement utilise la définition du paramètre J. La figure (I.20) décrit le principe de cette approche [2].

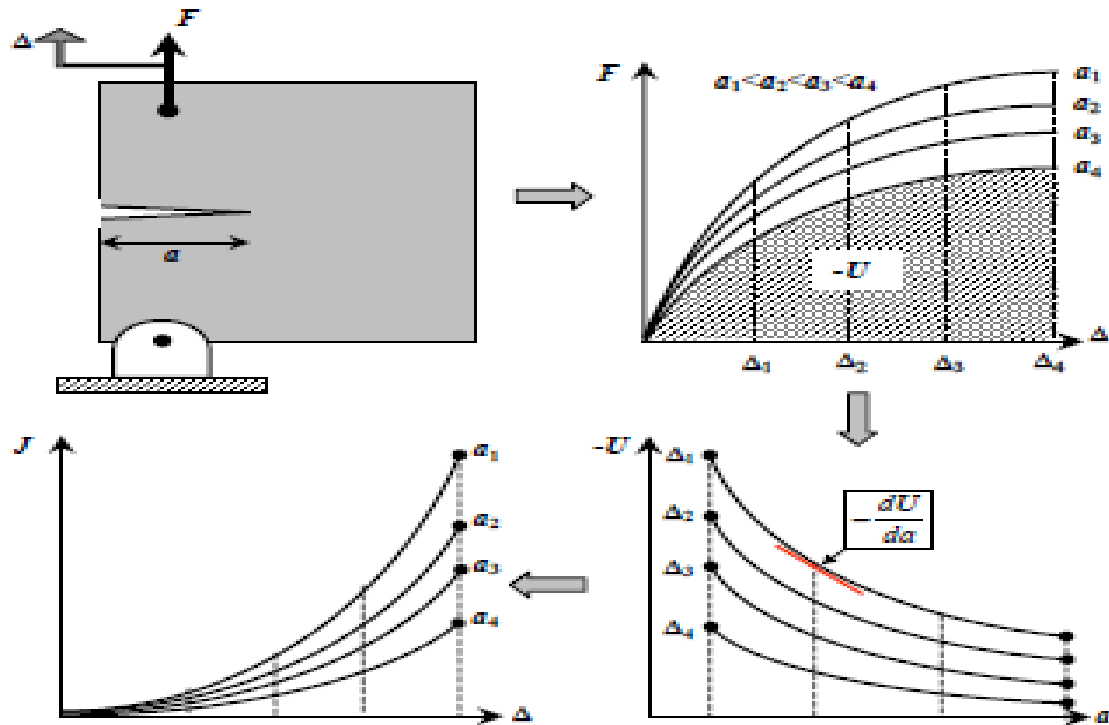


Figure I.20 :Détermination expérimentale du paramètre J.

I.8. Détermination de J lorsque la fissure se propage:

La dépendance de la courbe de résistance JR vis à vis de la géométrie est influencée par la manière dont le calcul de J est effectuée. L'application des équations établies est valable uniquement lorsque la fissure est stationnaire. Il est donc nécessaire de réexaminer les variations de la force en fonction du déplacement pour le calcul du taux de restitution d'énergie J lorsque la fissure se propage.

La figure (I.20) illustre les variations de la force en fonction du déplacement lorsque la longueur de fissure croît lors de l'enregistrement de ces variations. Il faut se rappeler que la définition de l'intégrale J repose sur l'hypothèse que le comportement du matériau est élastique non linéaire autrement dit on applique la théorie de la déformation. Considérons le Point A sur la figure (I.21). La fissure, de longueur initiale a_0 , s'est propagée jusqu'à une longueur a_1 . L'aire hachurée représente l'énergie dépensée si le comportement était élastique non linéaire. Dans un matériau élastoplastique, le retour élastique ne suit pas le même chemin et le surplus d'énergie est dissipé dans la déformation plastique qui accompagne la fissuration. la fissure s'étant propagée, il se forme alors un sillage plastique en amont de son extrémité.

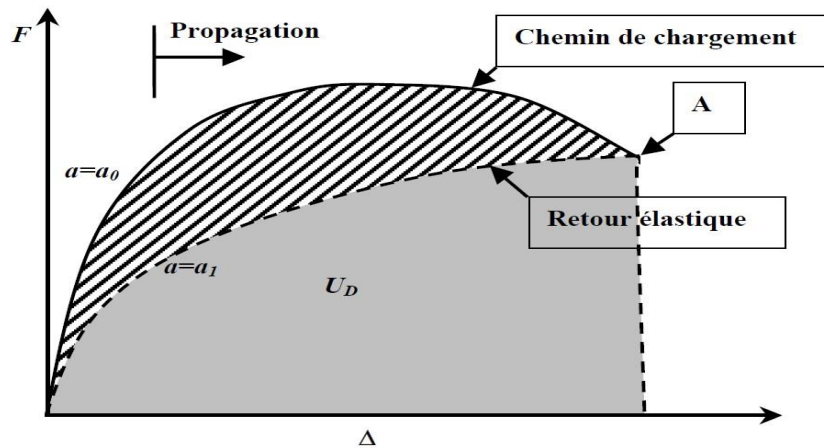


Figure I.21: Courbe force-déplacement lorsque la fissure se propage de a_0 à a_1 , U_D représente l'énergie de déformation dans un matériau élastique non linéaire.

Dans un matériau élastique, toutes les grandeurs y compris l'énergie de déformation, sont indépendantes de l'histoire du chargement. L'énergie absorbée durant la propagation dépend de cette histoire dans un matériau élastoplastique. La courbe de retour élastique sur la figure (I-21) représente, à $a=a_1$, le comportement de la force en fonction du déplacement dans un matériau élastique non linéaire. L'aire en dessous de cette courbe est l'énergie de déformation U_D . Cette énergie dépend uniquement de la force courante et de la longueur de fissure sans aucun effet de l'histoire du chargement [1] elle est donnée par:

$$J = \frac{1}{e} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\Delta} \quad (\text{I.61})$$

I.9. Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons effectué une synthèse sur la mécanique de la rupture mécanique, pour le dimensionnement à la fatigue des structures couvre un vaste champ d'étude car elle permet:

- L'évaluation de la taille de la fissure par simulation.
- La détermination de la durée de vie d'une pièce et détection de l'influence des paramètres géométriques ainsi que les caractéristiques des matériaux et les conditions aux limites.
- Le contrôle permanent de l'évolution des fissures qui se propagent en service.
 - la durée de vie à la fatigue des structures qui doit être analysée est plus rationnelle à la mécanique de la rupture.

Et enfin En plasticité confinée, à condition que l'étendue de la zone déformée plastiquement en pointe de fissure, soit suffisamment faible, il est encore possible d'appliquer les concepts de la mécanique de la rupture.

L'important est de vérifier les conditions de propagation des fissures. Les modèles d'Irwin et de Dugdale-Barenblatt permettent, dans le principe, d'évaluer l'étendue de la zone déformée plastiquement en pointe de fissures.

chapitre II

La rupture dans les aciers de construction

II.1. Introduction

L'acier est un matériau issu de la réduction du minerai de fer ou du recyclage de ferrailles. Le fer est un élément très répandu dans l'écorce terrestre d'ont il représente 5 % mais on ne le trouve pas à l'état pur. Il est combiné avec d'autres éléments et mêlé à une gangue terreuse. La réduction de cet oxide nécessite l'emploi d'un combustible: du charbon de bois jusqu'au XVIII^e siècle, puis du charbon de terre. Le métal ainsi obtenu est de la fonte qui contient 96 % de fer et 3 à 4 % de carbone et à partir de laquelle on produit de l'acier.

L'utilisation de l'acier dans la construction remonte à la fin du XIX^e siècle, bien que les métaux ferreux soient connus depuis environ quarante siècles.

Auparavant on employait la fonte qui peut se mouler facilement mais se révèle cassante et impossible à forger. Il faut donc l'assembler à l'aide de boulons, de vis ou de clavettes. On est progressivement passé, à partir des années 1840, de l'usage de la fonte à celui du fer puddlé, la fonte étant affinée industriellement pour obtenir du fer pur, plus souple et plus facile à laminier, à percer et à forger. Le principe des rivets posés à chaud a permis de disposer d'un mode d'assemblage universel et facile à mettre en œuvre.

C'est une cinquantaine d'années plus tard que l'acier a pu être produit de façon industrielle et s'imposer ainsi à partir des années 1890 comme le matériau de la construction métallique, avec des caractéristiques physiques bien supérieures au fer grâce à la présence de traces bien dosées de carbone et d'autres éléments chimiques. L'assemblage s'est d'abord fait avec des rivets, puis, à partir des années 1930, par la soudure ou le boulonnage. La sidérurgie n'a cessé de perfectionner les qualités de ses aciers. La masse volumique de l'acier est de 7850 kg/m³. Un mètre cube d'acier pèse donc près de 8t[9].

II.2. Le comportement mécanique de l'acier:

Toute structure subit des sollicitations ou actions extérieures qui provoquent des déformations, mais aussi des efforts internes, à savoir les contraintes. Les contraintes sont principalement de cinq natures différentes:

- Latraction
- Laflexion
- La compression et leflambement
- Lecisaillement
- Latorsion

Il reste par ailleurs d'autres phénomènes mécaniques ou efforts extérieurs à prendre en compte:

- La résistance à la rupture fragile (résilience)
- La fatigue

En fin, certaines sollicitations particulières sont à prendre en compte:

- Les variations de température.
- Les sollicitations dynamiques.

II.3. Limite élastique et Résistance à la traction

Les valeurs nominales de la limite d'élasticité f_y (correspondant à la limite supérieure d'écoulement R_{eH}) et de la résistance à la traction f_u (correspondant à la résistance maximale R_m), selon le type d'acier, sont fournies plus loin dans des tableaux extraits des normes sur les produits évoqués ci-avant.

Il est important de noter que les valeurs requises dépendent de l'épaisseur du matériau. En fait, la limite élastique f_y et la résistance à la traction f_u décroissent quand l'épaisseur augmente, ce qui peut être expliqué par le fait que, pour un matériau plus épais, l'affinage du grain durant le laminage est moindre (nombre de passes de laminage moindre et conditions de refroidissement différentes).

II.4 Ductilité:

Pour les aciers de structure, il est exigé une ductilité minimale exprimée en termes de limites comme suit:

- le rapport f_u/f_y (résistance à la traction minimale spécifiée f_u sur la limite d'élasticité minimale spécifiée f_y): $\geq 1,10$.
- l'allongement à la rupture sur une longueur calibrée de l'éprouvette de 65,5 A 0 (où A0 est l'aire de section transversale initiale): supérieur ou égal à 15%.
- la déformation ultime ϵ_u (correspond à la résistance à la traction f_u): $\geq 15\epsilon_y$, où ϵ_y est la déformation élastique $=f_y/E$.

En règle générale, les aciers conformes à l'une des nuances d'acier données dans les tableaux satisfont ces exigences.

II.5 Ténacité:

La ténacité peut se définir comme étant la mesure de la résistance d'un acier vis à vis de la propagation brutale d'une fissure appelée rupture fragile. Ce type de rupture se produit sans (ou après une très faible) déformation plastique. La rupture fragile peut être la conséquence, soit d'une fissure à froid de soudage dans une structure soumise à des charges statiques, soit sous une sollicitation de fatigue. D'une fissure de fatigue, c'est-à-dire d'une micro ou macro-fissure préexistante qui se propage

La ténacité d'un acier est caractérisée de manière conventionnelle par sa résilience, c'est-à-dire la valeur de l'énergie de rupture par choc d'une éprouvette entaillée (essai de résilience ou de flexion par choc sur éprouvette Charpy). C'est donc cette mesure conventionnelle d'énergie (en Joules) qui servira à apprécier le niveau de résistance d'un acier à la rupture fragile. La température de l'essai est une donnée importante car la résilience diminue lorsque la température descend, au travers d'une zone de transition de températures s'étendant entre un domaine où la rupture est ductile (valeur importante de l'énergie de rupture) et un domaine de rupture fragile (valeur très faible de l'énergie de rupture). Les niveaux de résilience donnés à une température déterminée qui figurent dans les normes sur les aciers, sont des valeurs repères, permettant de vérifier que la zone de transition évoquée ci-dessus se situe, par rapport aux températures, en deçà des limites imposées. Ces températures dites de transition sont des repères, plus elles sont basses, plus l'acier sera résistant à la rupture fragile. Tout acier doit donc posséder une ténacité à la rupture suffisante pour éviter la rupture fragile des éléments en traction à la température de service la plus basse attendue au cours de la durée de vie prévue de la structure (-20° en Belgique). Aucune vérification supplémentaire de la rupture fragile n'est nécessaire si les conditions données dans l'EN 1993-1-10 (choix des qualités d'acier) sont satisfaites pour la température la plus basse. Pour les composants de bâtiments en compression, il est recommandé de choisir une ténacité minimale appropriée selon cette même norme[15].

II.6. L'essai de Charpy

L'essai de Charpy est constitué d'un couteau fixé sur un marteau qui oscille dans un plan vertical autour d'un axe (figure II.4). Pour un essai, le couteau est amené à une hauteur h_i qui correspond à l'énergie de départ W_i . Dans sa chute, le couteau va provoquer la rupture de l'éprouvette qui sera accompagnée d'une absorption d'énergie W_a , et le marteau remontera à

une hauteur h_f à laquelle est associée une énergie potentielle $W_f = mgh_f$. Il vient alors simplement:

$W_a = W_i - W_f$. Plus h_f , la hauteur de remontée est faible, plus le matériau est résilient [11].

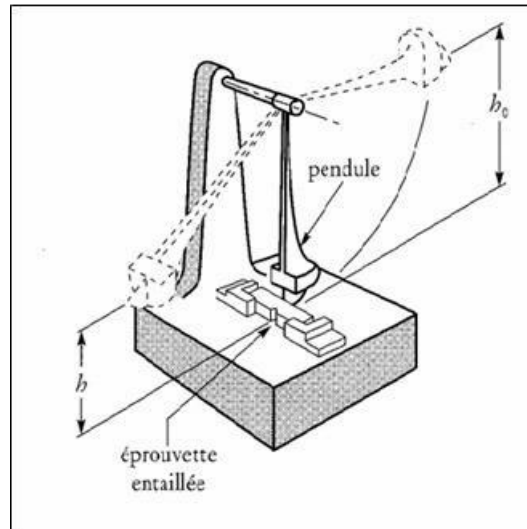


Figure II.5. a : Dispositif pour essais Charpy en fonctionnement.

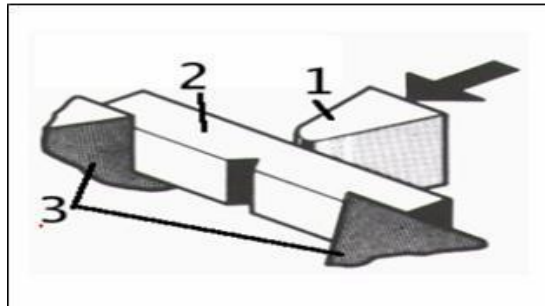


Figure II.5.b : Fonctionnement pour :

1- Couteau ; 2- éprouvette KV ; 3- appuis.

II.7. Résistance à la fatigue:

Le comportement mécanique d'un acier peut être affecté par des sollicitations inférieures à sa limite d'élasticité mais appliquées un très grand nombre de fois sous forme plus ou moins cyclique. On peut ainsi aboutir à une rupture dite de fatigue. Pour estimer la résistance à la fatigue d'un acier, on détermine, en l'absence de contraintes résiduelles, sa limite d'endurance σ_D qui, pour un type de sollicitation donné et pour une contrainte moyenne σ_m fixée, est la valeur limite vers laquelle tend l'amplitude de contrainte σ_a lorsque le nombre de cycles à la rupture devient très grand (pour les aciers souvent $2 \cdot 10^8$ cycles). Pratiquement on peut

estimer que ce sont les conditions (type de sollicitation, σ_m , σ_a) en deçà desquelles le risque de rupture par fatigue disparaît. Mais cette limite d'endurance ($\sigma_D = \sigma_m + \sigma_a$) dépend de très nombreux facteurs: la géométrie de la pièce à travers l'effet d'échelle et surtout l'influence des effets d'entaille, l'état de surface et les défauts superficiels, le mode de sollicitation (type et fréquence), les contraintes résiduelles, l'environnement (température et corrosion), ... En charpente métallique, ce sont les assemblages soudés qui conditionnent généralement la tenue à la fatigue de la construction. Ceci est dû à la géométrie du joint soudé (concentration de contraintes) et relève de l'effet d'entaille associé au cordon. Dès lors, la tenue à la fatigue des assemblages doit être vérifiée dans les conditions imposées par des codes et règles spécifiques. Cependant il faut noter qu'elle peut être grandement améliorée par le choix de dispositions constructives adaptées (changement progressif d'épaisseurs), si le soudage est réalisé dans des conditions optimales et si, de plus, des opérations de parachèvement sont effectuées (meulage des pieds de cordons).

II.8. Règles pour la sécurité à la rupture fragile:

La mécanique de la rupture permet d'analyser les contraintes en fond de fissure et d'en déduire le degré de nocivité des défauts. Il existe plusieurs théories; la théorie linéaire élastique, qui a été établie la première, néglige tout phénomène de plastification, et fournit donc une approximation du côté de la sécurité [10].

Cette théorie fait intervenir un paramètre appelé facteur d'intensité de contrainte, qui rassemble les termes de chargement et de géométrie. Ce paramètre est noté K_I dans le cas de forces de traction tendant à ouvrir la fissure. K_{II} et K_{III} dans le cas de forces de cisaillement. Le cas théorique le plus simple est celui d'une plaque plane, de dimensions infinies, tendue par un champ uniforme de contrainte, et comportant une fissure traversant de longueur $2a$ perpendiculaire à ce champ de contrainte (problème de Griffith, figure II.2). On démontre que le facteur d'intensité de contrainte est dans ce cas: $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$ (à noter que la dimension est celle du produit d'une contrainte par la racine carrée d'une longueur).

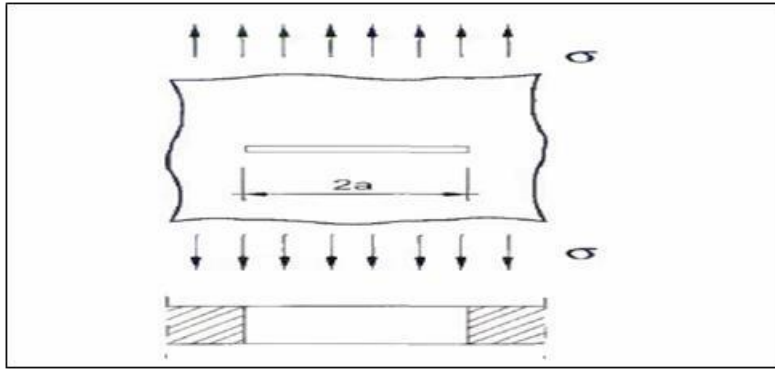


Figure II.2 : Fissure traversant dans une plaque de dimensions infinies (problème de Griffith)

Lorsque le facteur d'intensité de contrainte atteint ou dépasse une valeur critique K_{IC} , la fissure se propage quasi instantanément. Il est donc vital d'avoir $K_I < K_{IC}$.

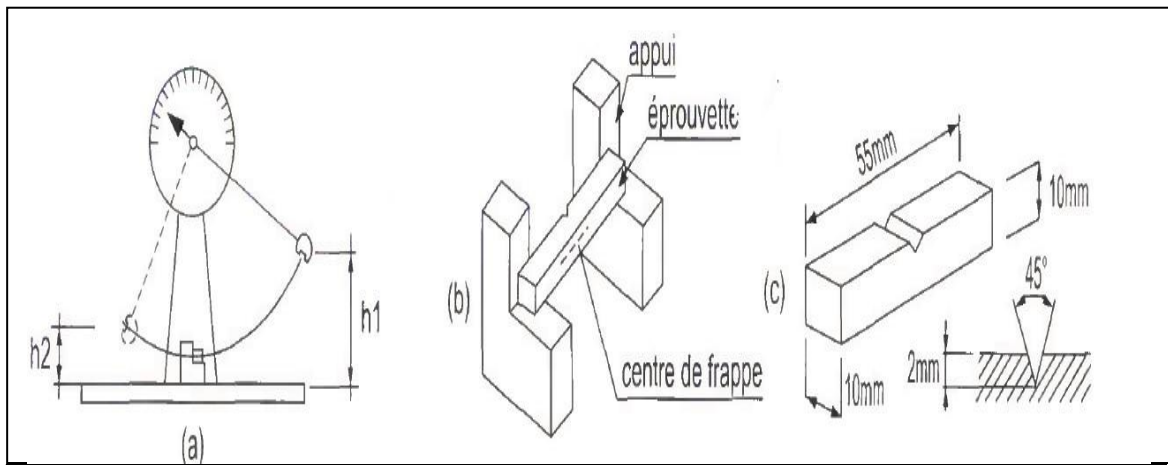
K_{IC} . Est la ténacité du matériau. Comme les autres caractéristiques mécaniques, la ténacité varie avec la température. Contrairement à la limite d'élasticité, elle diminue quand la température diminue.

On peut mesurer la ténacité d'un acier sur une éprouvette préalablement fissurée par fatigue, suivant une méthode normalisée mais c'est une opération longue et coûteuse, qui n'est pas effectuée couramment.

On utilise en fait, pour le contrôle industriel des aciers, un essai conventionnel beaucoup plus simple: l'essai de flexion par choc qui permet de mesurer une énergie de rupture par choc, ou résilience (figure II.3). La ténacité d'un acier et sa résilience sont deux caractéristiques distinctes (les unités mêmes sont différentes). Cependant, on constate expérimentalement une corrélation entre les deux grandeurs, et on peut les relier par une relation empirique.

L'essai de flexion par choc consiste à rompre d'un seul coup, avec un marteau pendulaire, une éprouvette reposant sur deux appuis. L'éprouvette comporte une entaille en son milieu, dont le rôle est de créer, sous l'action du choc, un système triaxial de contraintes de traction

.[[10].



a - Principe de l'essai ; b - Support de l'éprouvette ; c - Dimensions de l'éprouvette

Figure II.3 : Essai de flexion par choc (essai Charpy V)

La section de l'éprouvette est fixée. Les deux grandeurs variables servant à caractériser le comportement de l'acier sont la température de l'éprouvette lors de l'essai, et l'énergie de rupture en joules (déduite du poids du marteau et de $h_1 - h_2$, hauteur de chute moins la hauteur de remontée après le choc) [10].

Il existe diverses variantes de l'essai de flexion par choc. C'est l'essai dit Charpy V, déjà utilisé dans les anciennes normes françaises, qui a été retenu dans les normes européennes actuelles.

Cette éprouvette a une section hors entaille de 10 mm x 10 mm; l'entaille, en forme de V, a une profondeur de 2 mm.

L'évolution de l'énergie de rupture en fonction de la température d'essai est décrite par une courbe qui a l'allure indiquée à la figure II.4. La rupture est fragile ou ductile suivant que la température de l'éprouvette est basse ou élevée. L'énergie absorbée varie peu dans chacune des deux zones de température, mais elle varie rapidement entre les deux, dans une plage de température appelée zone de transition, dont l'étendue est de l'ordre de 30°C [15].

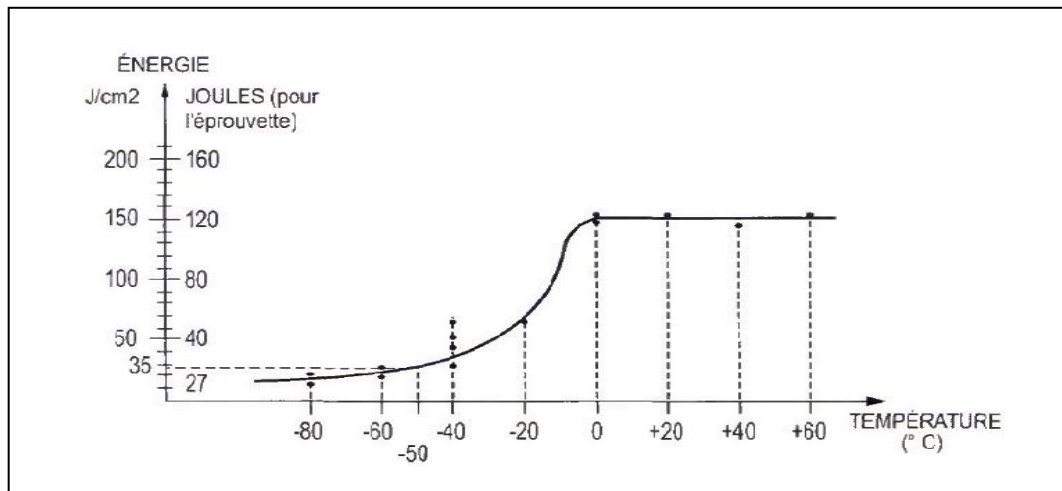


Figure II.4 : Courbe de transition Charpy V d'un acier de qualité L.

Il reste à établir, à partir de ces principes, une méthode d'application pratique.

Toutes les méthodes comprennent les étapes suivantes :

- Choix d'une théorie d'analyse à la rupture.
- Définition de la taille maximale du défaut (défaut critique), et des conditions de service les plus défavorables pour les ouvrages (contrainte maximale perpendiculaire au défaut. Température minimale de service, épaisseur maximale des pièces, vitesse maximale de mise en charge)
- Relation empirique entre la ténacité de l'acier d'une part, et les résultats de l'essai de Flexion par choc d'autre part.

II.9. La flexion:

Considérons une poutre horizontale appuyée à ses deux extrémités et supportant un poids placé au milieu de sa portée. La force extérieure F exercée sur la poutre par la charge qu'elle supporte est perpendiculaire à son axe longitudinal. Elle génère ce qu'on appelle une flexion ou un moment fléchissant.

La partie supérieure de la poutre est comprimée, la partie inférieure est tendue. La poutre se déforme pour produire une réaction qui équilibre le système. Contrairement à la traction où la section du matériau est soumise à une contrainte uniforme, la flexion exerce de part et d'autre de la fibre neutre des contraintes variables et de signes opposés. La face supérieure de la poutre se raccourcit sous un phénomène de compression et la face inférieure s'allonge sous un phénomène inverse de traction [10].

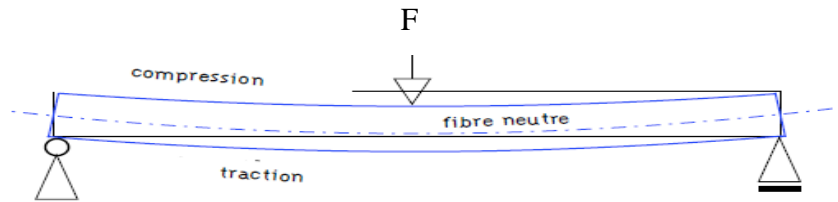


Figure II.6 : Flexion générée par l'effort F



Figure II.7 : Flexion a charges réparties. [15]

II.10 La compression et le flambement:

Les déformations dues à la compression ne jouent pas toujours un rôle déterminant sur les éléments de structure verticaux. En revanche, un phénomène d'instabilité appelé « flambement » apparaît à partir d'une certaine charge et en fonction du rapport existant entre la section et la hauteur de l'élément considéré. Le flambement est une forme d'instabilité propre aux éléments comprimés élancés tels que les poteaux, colonnes, barres comprimées. Le flambement est possible suivant les deux axes

Principaux de la section de l'élément. Si les conditions d'appuis sont les mêmes selon ces deux axes, le flambement se fera suivant l'axe présentant l'inertie la plus faible [9].

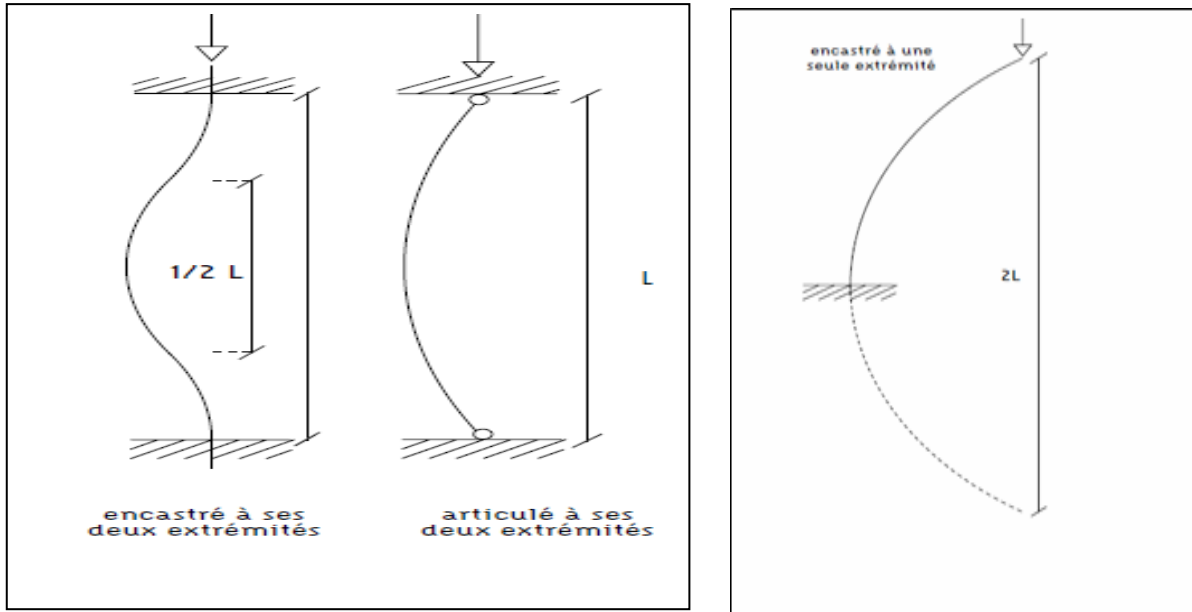


Figure II.8 : Les trois types principaux de flambement suivant le type de Liaison de la barre ou du poteau.

La longueur de flambement varie entre $1/2 L$ et $2 L$ suivant les cas.

II.11. Le cisaillement ou effort tranchant

L'analyse des contraintes de compression, de traction et de flexion ne suffit pas pour décrire complètement le comportement des matériaux.

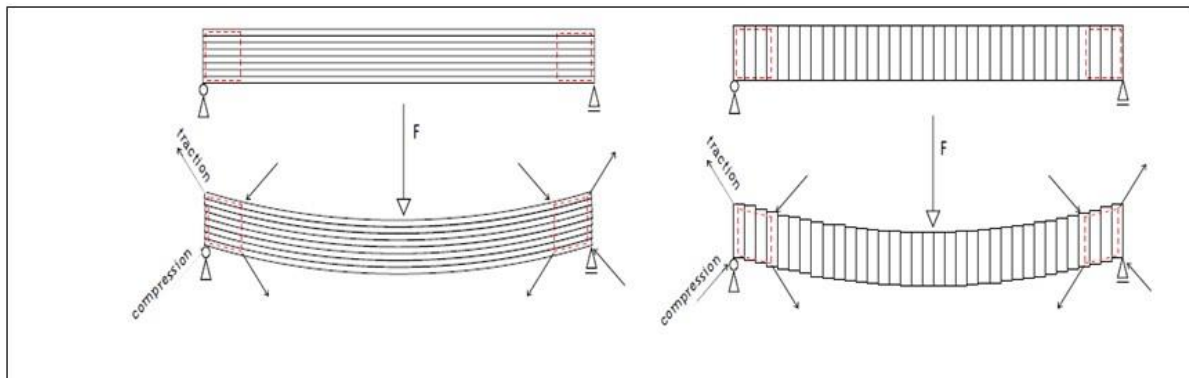


Figure II.9 : décomposant la traction et la compression dans une poutre fléchie

En effet, si on considère une poutre comme un empilement de strates, celles-ci ont tendance à glisser les unes par rapport aux autres sous l'effet de la flexion. On peut décrire le même phénomène si l'on découpe la poutre en strates assemblées verticalement.

La flexion simple s'accompagne ainsi d'un cisaillement horizontal et d'un cisaillement vertical. Le cisaillement est plus important au droit des appuis car il augmente avec la variation de la flexion. Le cisaillement vertical, où effort tranchant, peut s'interpréter comme un effort résultant de deux forces parallèles de sens opposés [9].

II.12. La torsion:

Au cas où le point d'application d'une force se trouve en dehors d'un plan passant par l'axe neutre d'un élément de structure, une autre sollicitation est générée: la torsion. Ceci correspond à l'effet d'un couple de forces dont l'axe de rotation et l'axe neutre de la poutre sont confondus. L'expérience et la théorie montrent que les profils creux sont plus rigides en torsion que les profils ouverts. Il est préférable d'éviter de faire travailler les ossatures en torsion.

II.12.1 La résistance à la rupture fragile:

L'appréciation de la résistance de l'acier au choc se fait par un essai conventionnel dit de flexion par choc sur éprouvette bi-appuyée, que l'on appelle essai de résilience. Plus, le niveau d'énergie nécessaire pour rompre l'éprouvette est important, plus l'acier est résistant. L'énergie augmente quand la température augmente. Le phénomène dit de « rupture fragile » est susceptible de se produire lorsqu'il y a un défaut, une fissure, ce qui arrive plus fréquemment quand le produit est d'une épaisseur supérieure à 10 mm. Il peut aussi apparaître lorsque la température s'abaisse, exception faite des aciersinoxydables.

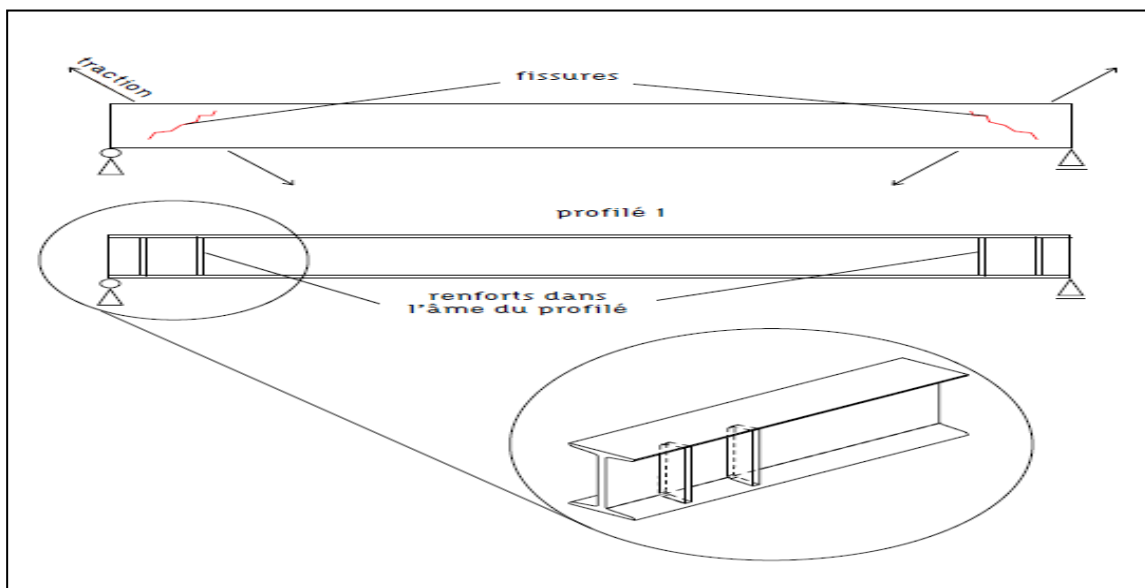


Figure II.10 :Effort tranchant au droit des appuis

Afin de réduire ce risque, il faut évidemment utiliser des aciers conformes aux normes. Mais il faut aussi pour les détails constructifs assurer un changement progressif des épaisseurs, meuler les pieds de cordon de soudure, en bref, assurer une meilleure circulation des efforts sans changement brusque de direction, pour éviter des concentrations de contraintes.

II.11. Les variations de température:

Comme tous les matériaux, l'acier se dilate sous l'effet de l'augmentation de la température. Ce phénomène est réversible dans les conditions usuelles. Le coefficient de dilatation linéaire de l'acier est égal à $1,22 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ à température ambiante.



Figure II.11 : Dilatation d'une poutre [16].

Par ailleurs, plus la température est élevée plus la limite d'élasticité et la résistance à la traction diminuent et plus la plasticité augmente.

On distingue un seuil de $500\text{ }^\circ\text{C}$ environ en dessous duquel les variations sont faibles, et au-dessus duquel l'acier commence à perdre ses capacités de résistance mécanique. Il faut donc essayer de maintenir l'échauffement des éléments dans des limites tolérables, c'est-à-dire en dessous de $500\text{ }^\circ\text{C}$, et éviter de trop brider la structure.

II.12. Les sollicitations dynamiques:

Les structures peuvent être soumises à des chargements variant dans le temps, générés par des phénomènes tels que le vent, les charges roulantes, les séismes, la houle, les mouvements de foule, ... De même qu'avec des charges permanentes, une structure va réagir aux excitations dynamiques.

II.13. Conclusion:

Le choix des d'acier appropriée est la mesure essentielle contre le risque de rupture inattendue. Les dispositions à adopter, basées sur les considérations qui précèdent et qui sont détaillées. Les dispositions constructives, y compris les détails d'exécution, doivent être conçus par le projeteur de façon à éviter les discontinuités pouvant produire un effet d'entaille ou fissure. L'exploitant de l'ouvrage en acier, de son côté, doit veiller à ce que les inspections périodiques permettent de détecter les fissures éventuelles initiées par un défaut, puis développées par la fatigue. Dans les aciers endommagés; les dimensions des fissures non détectées doivent être suffisamment faibles pour que ces fissures ne puissent pas atteindre la taille critique.

chapitre III

Initiation au logiciel ANSYS

III.1. Introduction:

Le code de calcul Ansys v15 est basé sur la méthode d'éléments finis, il offre la possibilité de la résolution des problèmes de fissuration dans les milieux élastique ou élastoplastique. Les paragraphes suivants sont concentrés sur la modélisation des structures fissurées au voisinage de la fissure et la méthodologie de calcul des paramètres de fissuration. Le code Ansys v15 comprend plusieurs composantes telles que: Ansys v15/Professionnel, Ansys v15/Multiphasiques, Ansys v 15/Structural...etc. Chaque Composante est destinée à l'un des domaines d'ingénierie, et son choix met automatiquement à la disposition de l'utilisateur les processus adéquats (type d'élément, conditions aux limites, tracées,etc.).

III.2. Description de « Ansys v15»

III.2.1 Démarrage Ansys v15 :

Démarrez → Tous les programmes → Ansys v15

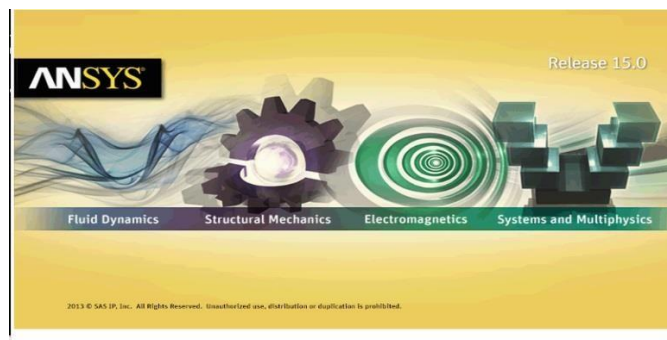


Figure III.1: Aperçu sur fenêtre d'entrée Ansys v15.

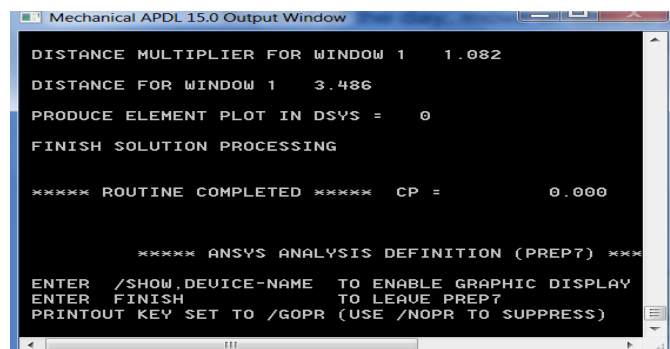


Figure III.2 : Fenêtre de sortie.

III.2.2. Interface de logiciel Ansys v15:

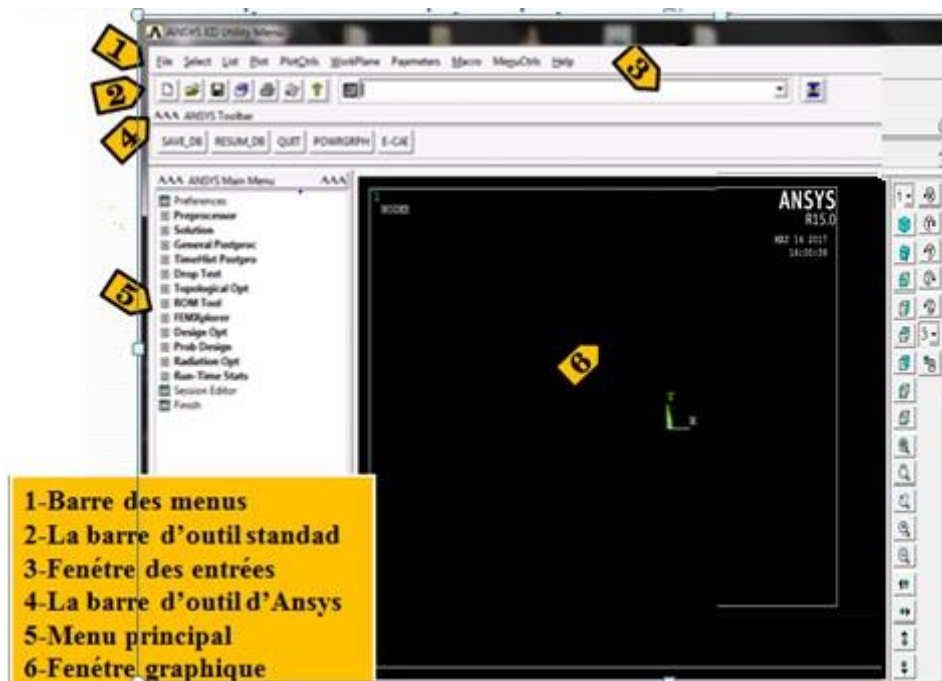


Figure III.3: Définition des éléments de la fenêtre.

- a. **Utility menu** : pour accéder et ajuster les propriétés telle que les commandes de fichier la liste et les commandes graphiques
- b. **Toolbar** : les commandes utilisées
- c. **Main Menu** : les processeurs utilisés en analysant le problème
- d. **Graphics Windows** : Dans la fenêtre graphique le modèle est montré : la géométrie élément, Visualisation des résultats
- e. **Input Windows** : pour introduire des commandes dans la fenêtre d'entrée [11].

III.2.3. Préprocesseur:

Dans le préprocesseur le modèle est installé. Il inclut un certain nombre d'étapes :

- ❖ Construire la géométrie.
- ❖ Définir des matériaux.
- ❖ Générer le maillage.

III.2.4. Solution processor:

Pour résoudre le problème en recueillant toutes les informations spécifiques au sujet du problème [12] :

- ❖ **Appliquer les charges** : les conditions aux limites sont généralement appliquées sur des nœuds ou d'élément. La quantité prescrite peut être par exemple force, traction, moment, rotation. Les charges peuvent être également dans Ansys v 15 éditées du préprocesseur.

- ❖ **Solution obtins** : la solution du problème peut être obtenue si le problème entre est défini:
- ❖ **Post processor** : Dans la présente partie de l'analyse ou distique:
 - Visualiser les résultats** : pour tracer la forme déformée de la géométrie ou des efforts.
 - Listes des résultats** : si les listes tabulaires des resultats .

III.3. Création de model:

III.3.1. Définition du problème:

III.3.1.1. Change Jobname:

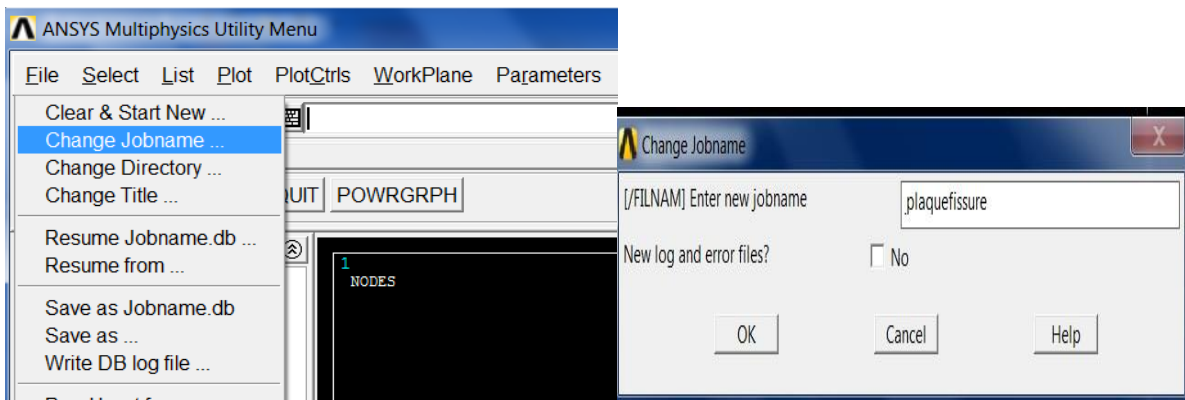


Figure III.4 :Change Jobname.

III.3.1.2. Change Titre:

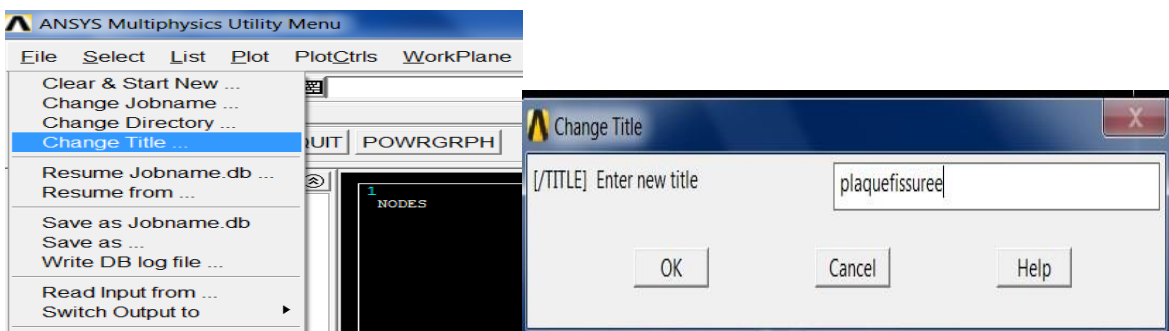


Figure III.5 : Changement de titre.

III.3.2. Les coordonnées du système (key points):

Ansys v15 Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active Cs

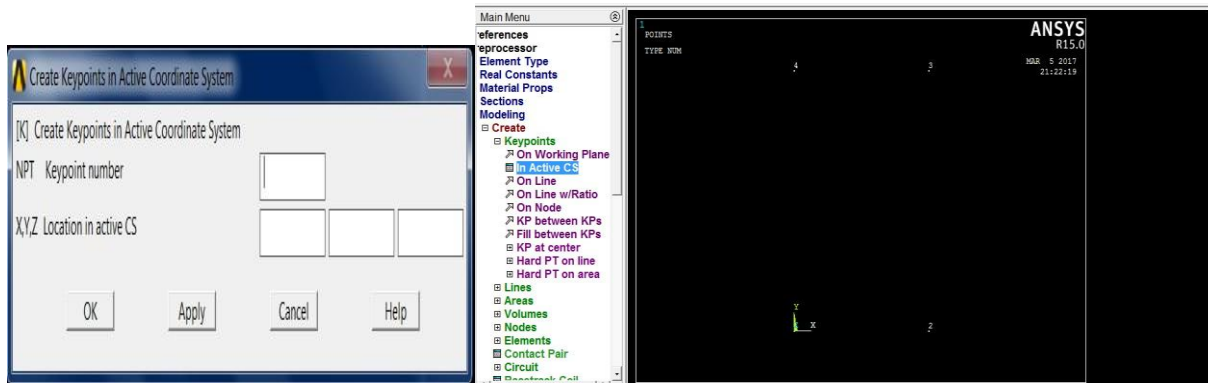
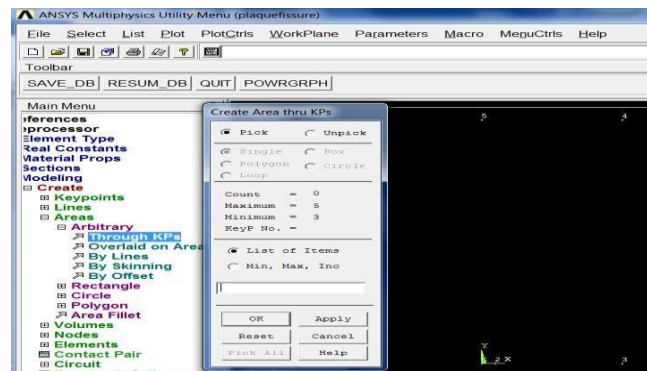


Figure III.6: Construction d model.

A partir du menu principal de Ansys v15 :

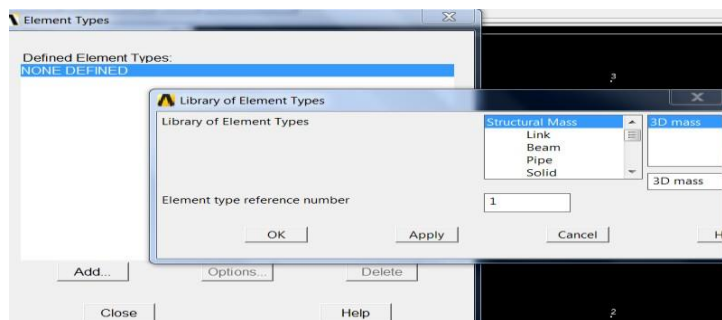
Preprocessor >Modeling > Create >Arbitrary>Through KPs



FigureIII.7 : Profile de la plaque.

III.3.3. Définition de matériau:

Proprocessor >Element type >Add /Delete



FigureIII.8 : Les types d'élément.

Les problèmes élastoplastique homogène et isotopique on utilise en mode graphique les commandes suivant :

Main Menu >Preprocessor> Material Props> Materail Models.

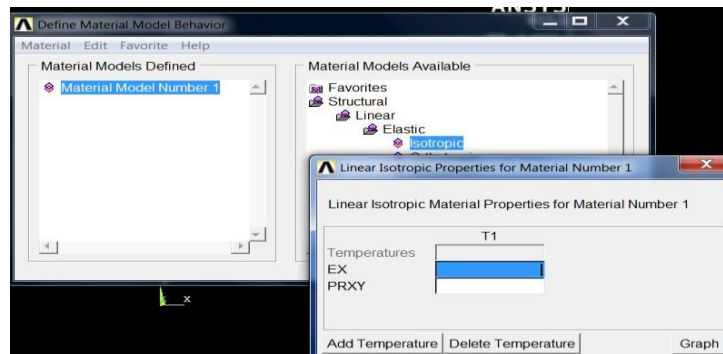


Figure III.9 : Définition des propriétés du matériau.

❖ Pour les problèmes élastoplastique:

Dans la boîte de dialogue on sélectionne « Material Model Number 1 », on sélectionne « Structural », « Linear », « Elastic » puis sur « Isotropic ».

Donnez ensuite à EX, puis à PRXY qui sont respectivement, le module d'élasticité d'Young et le coefficient de Poisson du matériau.

« Material Model Number 1 », on « Structural », « Non Linear », « Inelastic », « rate independent », « Isotropic Hardening Plasticity », « Mises Plasticity » puis sur « Bilinear ». puis introduire ensuite la limite élastique et le module élastoplastique tangent.

Dans le paragraphe précédent nous avons expliqué que l'élément plan 82 est recommandé pour le maillage au voisinage de la fissure.

La commande [KSCON](#) en mode graphique (**Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > Concentrat KPs > Create**) permet de mailer les éléments autour de la pointe de la fissure [13]

Syntaxe :

KSCON, NPT, DELR, KCTIP, NTHET, PRAT

- NPT : numéro de key point de la pointe de la fissure.
- DELR : rayon du premier rangé des éléments singulier.
- KCTIP : si KCTIP=1 la position des points N, sont à $\frac{1}{4}$ de l'élément.
si KCTIP=0 leur position est au milieu de l'élément.
- NTHET : le nombre d'éléments circonferentielle.
- PRAT : le rapport de rayon des éléments de la deuxième rangé.

III.3.4. Définition de la taille de l'élément:

Avant le maillage les éléments du point de la fissure autour des singuliers triangulaires seront créés par les commandes suivantes :

- 1 –Ansys Main Menu → Preprocessor → Meshing → size Cntrls → Concentrate KPs → Create
- 2- Ansys Utility Menu > Plot >Keypoints>Keypoints.

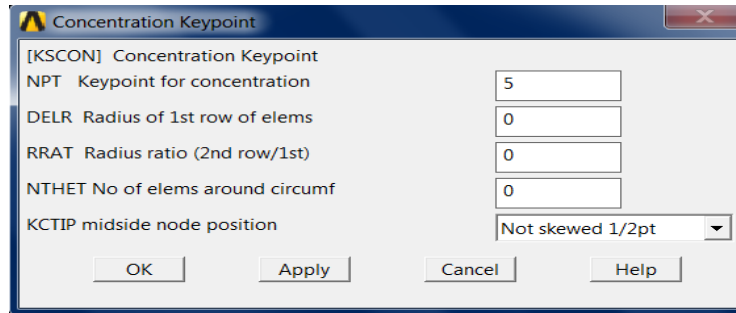


Figure III.10 : Définition la taille de l'élément.

III.3. 5. Le Maillage:

La dernière étape avant le maillage est d'introduire au code Ansys v15 la taille élément utilisés. Plusieurs manières existent de la faire mais nous ne traiterons qu'une seule.

Main Menu > Preprocessor > Meshing –Size Cntrls > Manual Size > Globale Size

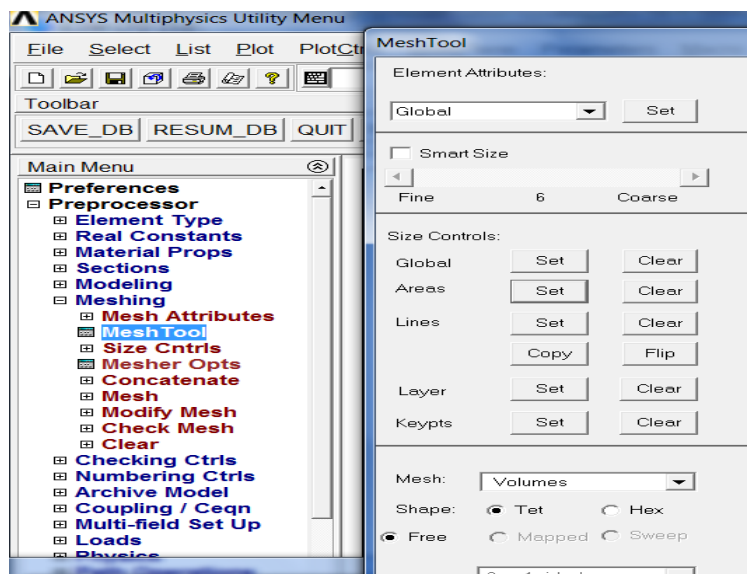


Figure III.11 : Définition du maillage

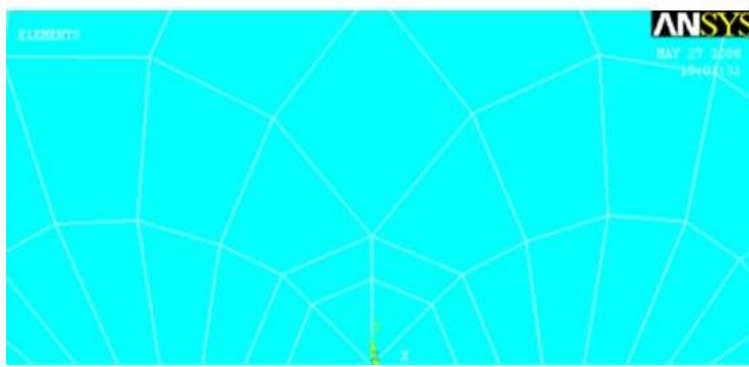


Figure III.12: Maillage de plaque.

III.3.6. Conditions aux limites:

En applique les conditions aux limites sur la plaque

Main Menu>Pre processor >Load >Define Loads >Apply > Structural >Displacement >Anti Symmetry B.C>... With area

III.3.7. Application des charges:

Mani Menu >Preprocessor >Define Loads >Apply > Structural >Pressure >On Lines

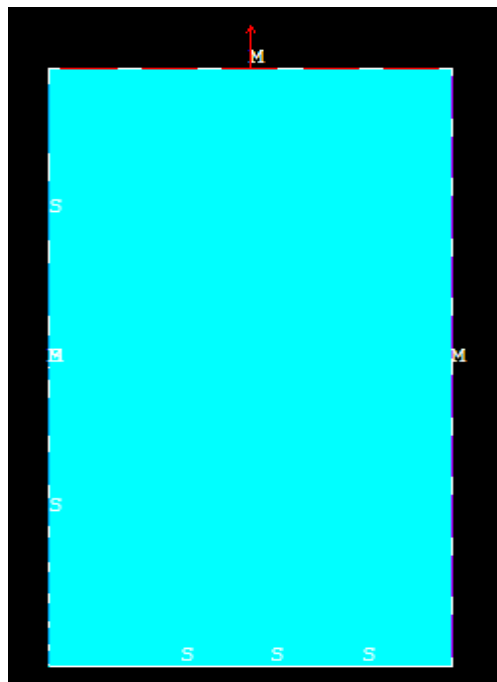


Figure III.13: Application des charges.

III.3.8. Analyse du modèle:

Preprocessor>Loads >Analysis Type > Now Analysis

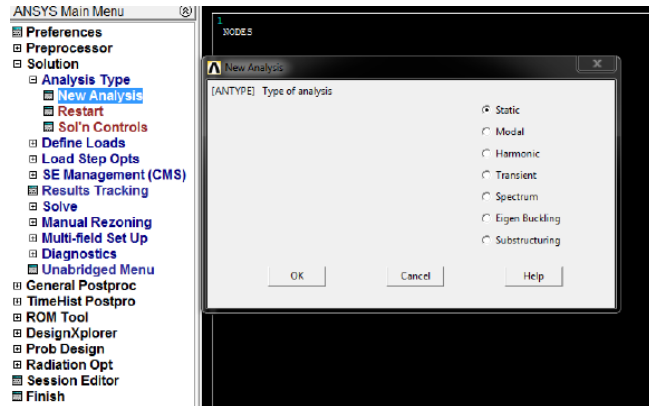


Figure III.14 : Analyse du modèle.

III.3.9. Solution du system:

Solve >Current LS

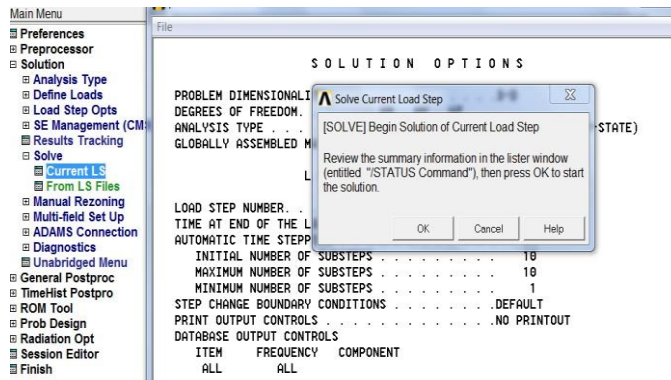


Figure III.15 : Solution du system.

III.4. Calcul des paramètres de fissuration:

Après l’analyse statique de la structure on peut utiliser POST1 (the général post processor) pour calculer les paramètres de fissuration:

Les facteurs d’intensités de contrainte K_I , K_{II} , K_{III} , l’intégrale de contour J et le taux de restitution d’énergie G.

III.4.1. Les facteurs d’intensité des contraintes K_I , K_{II} , K_{III} :

On utilise la commande KCALC ((Main Menu> General Postproc> Nodal Calcs> Stress Int Factr) pour déterminer les facteurs d’intensité de contrainte en mode mixte K_I, K_{II}, K_{III} ,

cette commande est limité seulement pour les problèmes élastique linéaire homogène et isotropique. Pour utiliser la commande KCALC de POST1 il faut:

- Définir un repère locale de tel façon que OX soit parallèle et OY soit perpendiculaire à la lèvres de la fissure en utilisant la commande CSKP.
- Définir le contour sur le long de front de la fissure par 3 nœuds si la structure est symétrique ou antisymétrique et par 5 nœuds si on modélisé la totalité de la structure.
- KCALC : Pour Calculer les facteurs d'intensité de contraintes K_I, K_{II}, K_{III} en mode graphique ; ((Main Menu> General Postproc> Nodal Calcs> Stress IntFacr))

Syntaxe :

KCALC, KPLAN, MAT, KCSYM, KLOCPR

- KPLAN : = 0 pour les problèmes de déformation plane
= 1 pour les problèmes des contraintes planes
- MAT : Le numéro de matériau utilisé
- KCSYM : = 0 ou 1 pour ½ modèle symétrie
= 2 pour un modèle antisymétrie
= 3 pour la totalité du modèle
- KLOCPR : par défaut = 0 pour afficher les facteurs de d'intensités de contrainte K_I, K_{II}, K_{III} .

III.4.2. L'intégrale de contour J:

Dans ce paragraphe on peut définir l'intégral de contour J à partir d'un contour indépendant pour mesurer les contraintes et les déformations au voisinage de la pointe de la fissure.

L'intégrale J est défini par l'équation (III.1) pour les structure en 2 D de tel façon que OX soit parallèle à la lèvres de la fissure

$$J = \int_r W dy - \int_r \left(t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) ds \quad (III.1)$$

Avec

r : Contour au tour de la pointe de la fissure.

w : Densité d'énergie.

t_x : Le vecteur de traction le long de l'axe des abscisses.

t_y : Vecteur de traction le long d'axe des ordonnées.

u : Le vecteur de déplacement.

s : La distance le long du chemin r.

On détail par la suite les étapes de calcul de l'intégrale de contour J en 2D :

➤ Lecture des résultats en utilisant la commande SET en modebatch.

En mode graphique:Main Menu> General Postproc> Read Results> First Set

➤ Enregistrer le volume et l'énergie de déformation par élément par la commande ETABLE en modebatch.

En mode graphique:Main Menu> General Postproc> Element Table> Define Table

➤ Calcule de l'énergie de densité par élément par la commande SEXP en modebatch

En mode graphique:Main Menu> General Postproc> Element Table> Exponentiate

➤ définition de contour par des nœudscomme En utilisantla commande,PPATHen modebatch.

En mode graphique:Main Menu> General Postproc> Path Operations> Define Path

➤ calcul de l'énergie de déformation déjà stocké pour les éléments qui sont inclus dans le contour d'intégral par la commande PDEF en modebatch.

En mode graphique :Main Menu> General Postproc> Path Operations> Map Onto Path

➤ l'intégration par la commande PCALC en modebatch.

En mode graphique :Main Menu> General Postproc> Path Operations> Integrate

➤ affectation de la valeur finie de l'intégral J a un paramètre quelconque du premier terme de l'équation (III.1) par la commande GET, Name, PATH, LAST en modebatch.

En mode graphique :Main Menu> Parameters > Get Scalar Data

➤ calcule des contraintes $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ qui sont inclus dans le contour par la commande PDEF en modebatch.

En mode graphique : Main Menu> General Postproc > Path Operations > Map Onto Path

- Définition du diamètre du vecteur normal par la commande PVECT en modebatch.

En mode graphique :Main Menu> General Postproc> Path Operations> Unit Vector

- calcul τ_x et τ_y donne dans le terme de l'équation (III.1) par la commande PCALC en mode batch.

En mode graphique :Main Menu> General Postproc> Path Operations> operation

- calcul le deuxième terme de l'équation (III.1) avec la commande [PCALC] en modebatch
- en sommé les deux termes de l'équation (III.1) pour déterminer l'intégrale J on peut utiliser une macro (sous-programme) en mode ADPL pour calculerJ.

III.5. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons effectué une synthèse sur les étapes de modélisation ainsi la méthodologie et analyse des problèmes de fissurations bidimensionnelles (2D) en utilisant le code de calcul Ansys v15 graphiquement. Ansys v15 permet de traiter la majorité des problèmes de mécanique de la rupture et fissuration des structures. Il offre des outils puissants pour l'analyse en deux et en trois dimensions.

chapitre IV

Etude paramétrique des structures fissurées

VI.1. Introduction:

Dans ce chapitre, on a utilisé le code de calcul Ansys v 15 pour la modélisation et la résolution des problèmes de fissuration en élasticité linéaire dans les structures (facteur d'intensité des contraintes, et l'intégrale de contour J) de deux structures fissurées soumise à des sollicitations (charge uniforme, effort,) par la méthode des élément finis. De nombreux processus de calcul sont disponibles dans ce code et chaque processus est un ensemble de fonctions qui effectuent une tâche spécifique.

VI.2. Modélisation des structures fissurées en programme Ansys v 15:

On distingue trois étapes dans l'analyse des problèmes de fissuration de chaque model en (2-D) [14]:

- Construction du modèle géométrique
- Chargement et application des conditions aux limites
- Analyse
- Interprétation et exploitation des résultats

Nous avons utilisé le code de calcul Ansys v15 en élément finis pour modéliser les structures bidimensionnelles fissurées en élasticité linéaire.

VI.2.1. Étude de plaque a une fissure centrale:**VI.2.1.1. Description du modèle:**

La première étude est effectuée sur une plaque rectangulaire à une fissure centrale soumise à une contrainte uniforme $\sigma = 25 \text{ daN/mm}^2$ sur les deux extrémités $y = \pm 2c/2$, la plaque est à la figure (VI.1) à une longueur totale de $2c = 360 \text{ mm}$; une largeur de $2b = 200 \text{ mm}$ et la longueur de fissure $2a = 40 \text{ mm}$. La propriété de matériau utilisé est: la contrainte limite élastique $\sigma = 24 \text{ daN/mm}^2$ Le module du Young : $E = 20000 \text{ daN/mm}^2$ et le coefficient de poisson $\nu = 0.3$ [14]. Comme il est montré à la figure (VI.1).

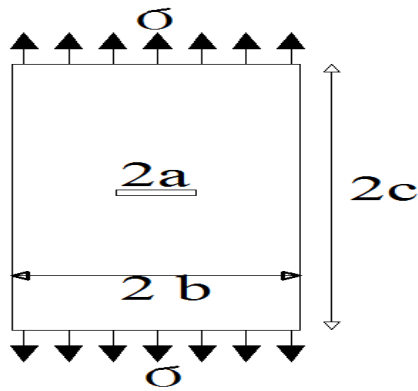


Figure VI.1: model d'une plaque à une fissure centrale

VI.2.1.2. Le maillage:

Cette plaque présente une symétrie suivant les axes X-X et Y-Y. On se limite à étudier le ¼ de la structure comme montré dans la figure suivant:

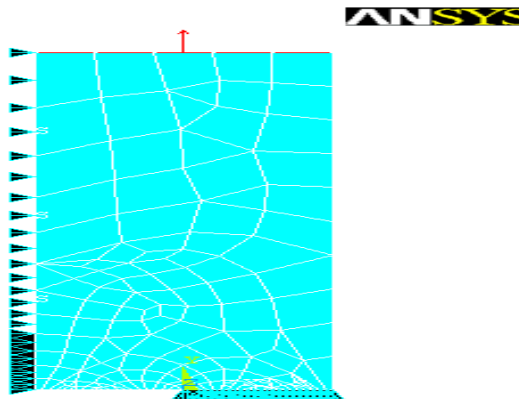


Figure VI.2: Model Ansys v15 de ¼ de la plaque à une fissure centrale.

Nous avons utilisé l'élément PLANE82

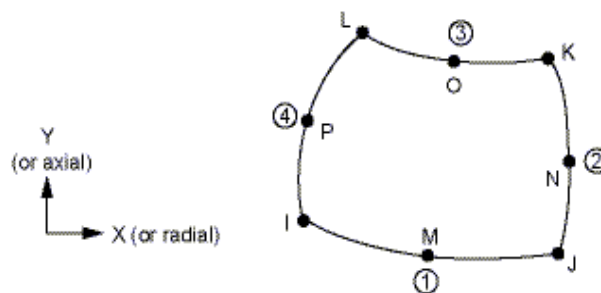


Figure VI.3: élément paramétrique à 8 nœuds (2DDL) PLANE82.

La figure (VI.4) suivante présente le maillage au voisinage de la pointe de la fissure, le rayon de la région aux tours de la pointe de la fissure. (r=10mm) et pour avoir 4 éléments pour le front de la fissure

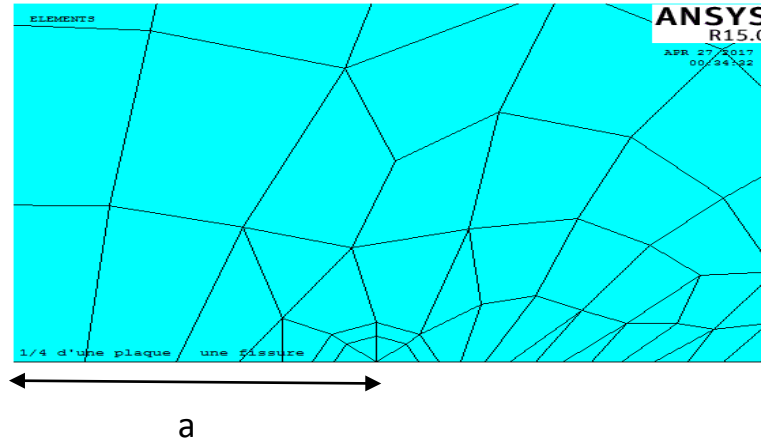


Figure VI.4: Maillage au point de la fissure.

VI.2.1.3. Détermination analytique des paramètres de fissuration:

VI.2.1.3.1. Le facteur d'intensité de contrainte:

➤ La formule de la solution analytique donnée par ROOKE et CARTWRIGHT est:

$$\frac{K_1}{K_0} = \frac{1 - 0.5 \frac{a}{b} + 0.326 \left(\frac{a}{b}\right)^2}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)^{1/2}} \tag{VI.1}$$

Avec $K_0 = \sigma \sqrt{\pi a}$

VI.2.1.3.2. L'intégrale de contour-J:

$$J = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2)}{E'} \text{ (en mode I et II)} \tag{VI.2}$$

Avec $E' = E$ en contrainte plane

$E' = E / \nu^2$ en déformation plane

➤ La formule de la solution analytique donnée par IRWIN stipule que le facteur d'intensité de contraintes effectif est donné par:

$$k = \frac{6\sqrt{\pi a}}{\sqrt{1 - 0.5(\delta/\delta_y)}} \quad (\text{VI.3})$$

Dans notre cas on a: $\sigma_y = 24 \text{ daN/mm}^2$, $a = 20$, $\sigma = 25 \text{ daN/mm}^2$

$$K = \frac{25\sqrt{\pi 20}}{\sqrt{1 - 0.5\left(\frac{25}{24}\right)^2}} \quad (\text{VI.4})$$

$$K = 268.97 \text{ daN/mm}^{3/2}$$

$K = 288.33 \text{ daN/mm}^{3/2}$, soit à peu près 19.36 d'erreur.

VI.2.1.3.3. Calcul d'ouverture de fissure:

L'ouverture de fissure obtenue par le modèle d'IRWIN est:

$$\delta = \frac{4(1 - \nu^2)K_1^2}{3\pi E \delta_y} \quad (\text{VI.5})$$

Tableau VI.1: L'ouverture de fissure par rapport leur longueur.

2a	20	25	30	35
K1 analytique (Irwin) (daN/mm ^{3/2})	140,765	157,826	173,505	188,32
K1 Ansys (daN/mm ^{3/2})	144,01	162,73	178,54	193,57
δ analytique (mm)	15,951	20,052	24,234	28,550
δ ansys (mm)	16,695	21,318	25,661	30,164
Erreurs (%)	4,664	6,311	5,888	5,653

❖ **Remarque:**

On remarque que les valeurs des facteurs d'intensité de contraintes obtenus restent inférieure à la valeur de ténacité $K_{Ic} = 200$, ce qui non indique que n'a pas de propagation de fissure dans la structure. (Matériaux reste toujours ductile et résistant).

VI.2.1.4. Détermination numérique des paramètres de fissuration en programmation**en mode batch:**

On a utilisé le code de calcul Ansys v15 en mode batch pour modéliser la structure fissurée et déterminer les facteurs d'intensités de contraintes ainsi l'intégrale du contour J en utilisant le sous-programme c'est pour quoi on a utilisé la commande KCALC de code Ansys v15 pour déterminé les facteurs d'intensité de contrainte k_I , k_{II} et k_{III} . (Voir programme en mode batch en annexe A.1)

VI.2.1.5. Les résultats des paramètres de fissuration:**VI.2.1.5.1 Intensité des contraintes KI et l'intégrale de contour J:**

On a fixé la longueur de fissure et changer le rayon les résultats sont regrouper dans le tableau suivant:

Tableau VI.2: les facteurs d'intensités de contraintes KI et l'intégrale du contour J par rapport Le rayon.

Rayon (r) (mm)	2a/20	2a/22	2a/25	2a/27
Longueur de fissure (2a) (mm)	20	20	20	20
K_I analytique (daN/mm ^{3/2})	140.765	140.765	140.765	140.765
K_I ansys (daN/mm ^{3/2})	144.01	93.07	95.06	153.02
Erreurs (%)	2.30	33.88	32.46	8.70

On remarque que le rayon 2a/20 donne un résultat logique et acceptable vue que l'erreur soit petite entre solution analytique et numérique.

Les résultats de calculs sont regroupés dans le tableau (VI.2):

Tableau VI.3: les facteurs d'intensités de contraintes K_I et l'intégrale du contour J par rapport la longueur de fissure.

2a (mm)		20	25	30	35
K_I	K_I analytique (daN/mm ^{3/2})	140.765	157.826	173.505	188.320
	K_I Ansys (daN/mm ^{3/2})	144.010	162.73	178.54	193.57
	Erreur (%)	3.245	4.904	5.035	5.25
J (daN/mm ^{3/2})		1.803	2.266	2.39	3.721

Le tableau (VI.2) présente les résultats de facteur d'intensités des contraintes K_I et l'intégrale de contours J de la plaque à une fissure centrale qui évoluent en fonction de la longueur de fissure dans les résultats analytiques et les résultats donner par logiciel Ansys v15, et comme la fissure se prolonge, les erreurs de calcul augmente.

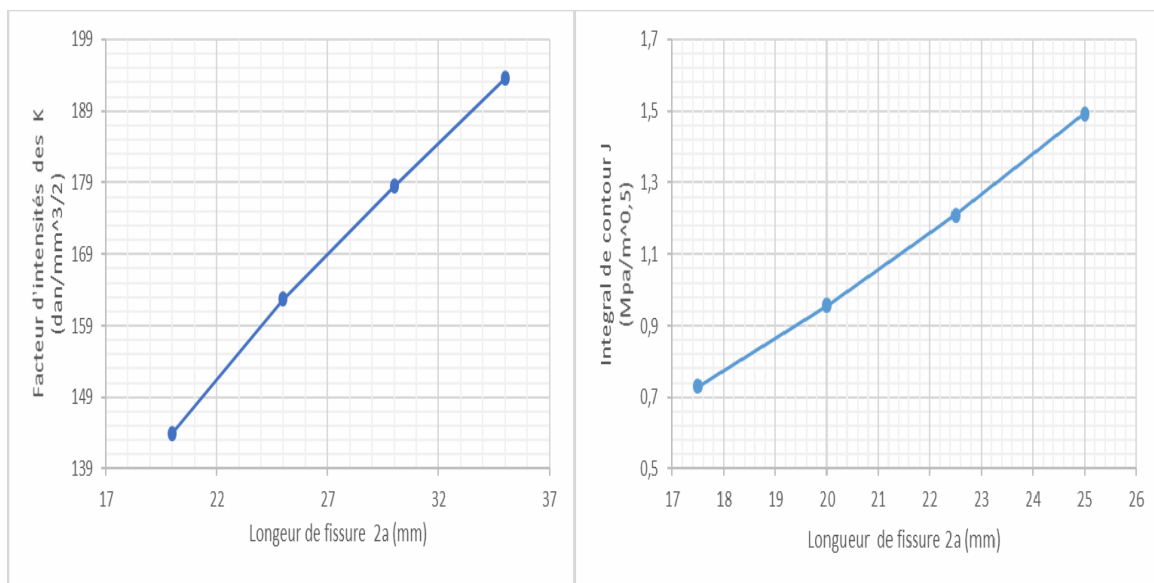


Figure VI.5 (a, b) : Facteur d'intensités des contraintes et l'intégrale de contour J de la plaque à une fissure centrale par rapport de longueur de fissure.

Tableau VI.4 :Facteur d'intensités des contraintes et l'intégrale de contour J de la plaque à une fissure centrale par rapport contrainte appliquée.

Contrainte σ_{yy}		17.5	20	22.5	25
KI	K_I analytique (daN/mm ^{3/2})	132,223	151,112	170,002	188,891
	K_I Ansys (daN/mm ^{3/2})	145,83	166,66	187,5	208,33
J (daN/mm ^{3/2})		0,731	0,956	1,209	1,493

Le tableau (VI.3) présente les résultats de facteur d'intensités des contraintes K_I et l'intégrale de contours J de la plaque à une fissure centrale qui évoluent en fonction des contraintes appliquées dans les résultats analytiques et les résultats numériques données par logiciel Ansysv15.

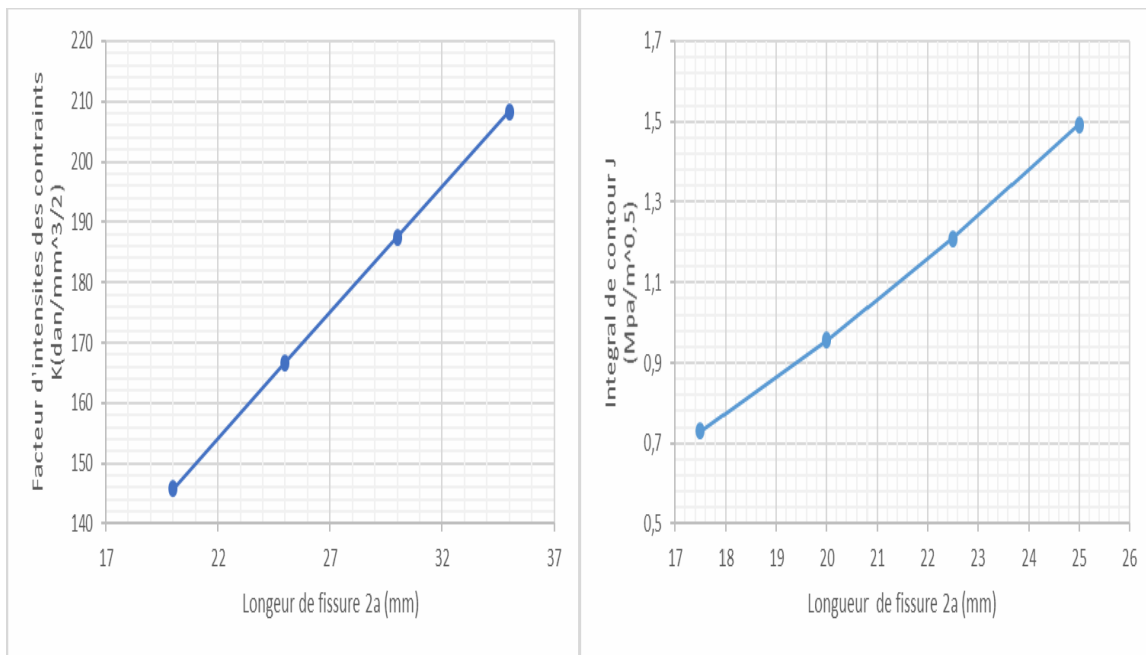


Figure VI.6 (a, b) : Facteur d'intensités des contraintes et l'intégrale de contour J en fonction de contrainte appliquée de la plaque a une fissure centrale.

VI.2.1.5.2. Distribution des contraintes et déformations et le critère de Von- Mises sur la structure fissurée:

Pour cela on a utilisé la commande du code de calcul Ansys v15 pour déterminer les variations des contraintes, les déformations et le critère de Von-Mises sur n'importe quel point de la structure fissuré.

Les figures suivantes représenté les cas de contraintes, de déformations, déplacement suivent:

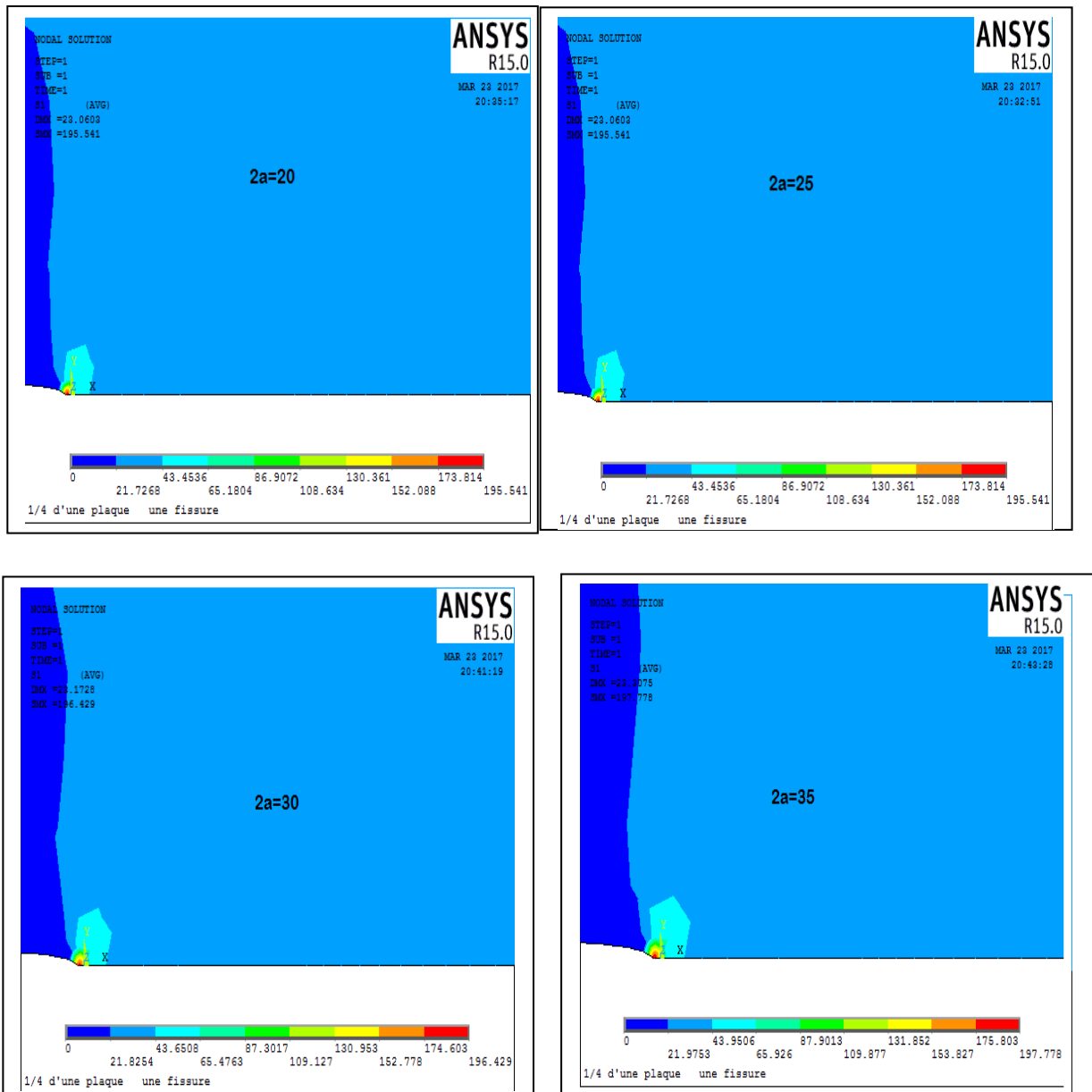


Figure VI.7: Distribution des contraintes suivant l'axe x.

La figure (VI.7) présente d'illustration basées sur la distribution des contraintes ainsi une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche à la fissure.

L'orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure (2a), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

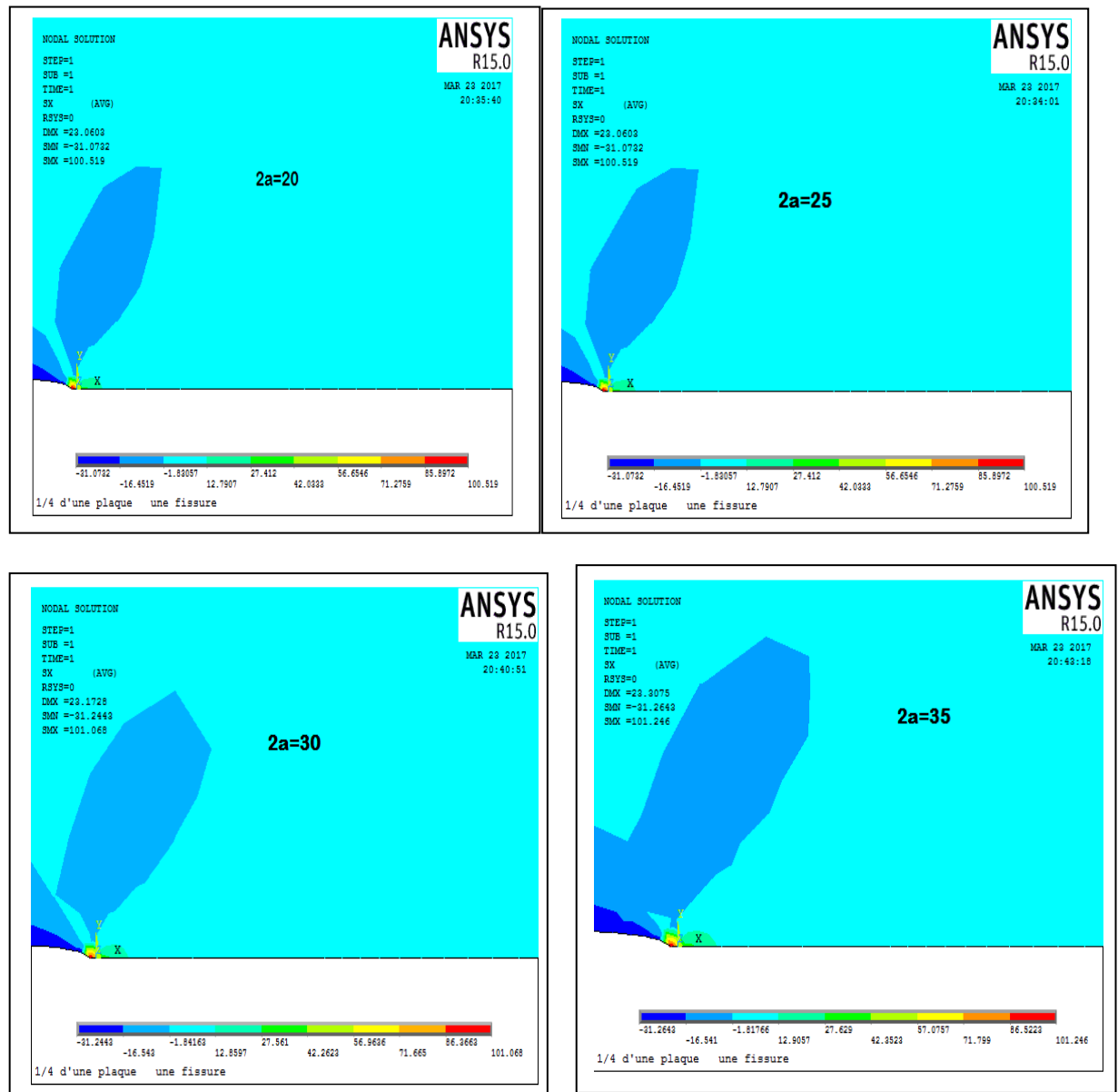


Figure VI.8: Distribution des déformations principale.

La figure (VI.8) présente d'illustration basée sur la distribution des déformations ainsi qu'une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche à la fissure.

L'orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure ($2a$), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

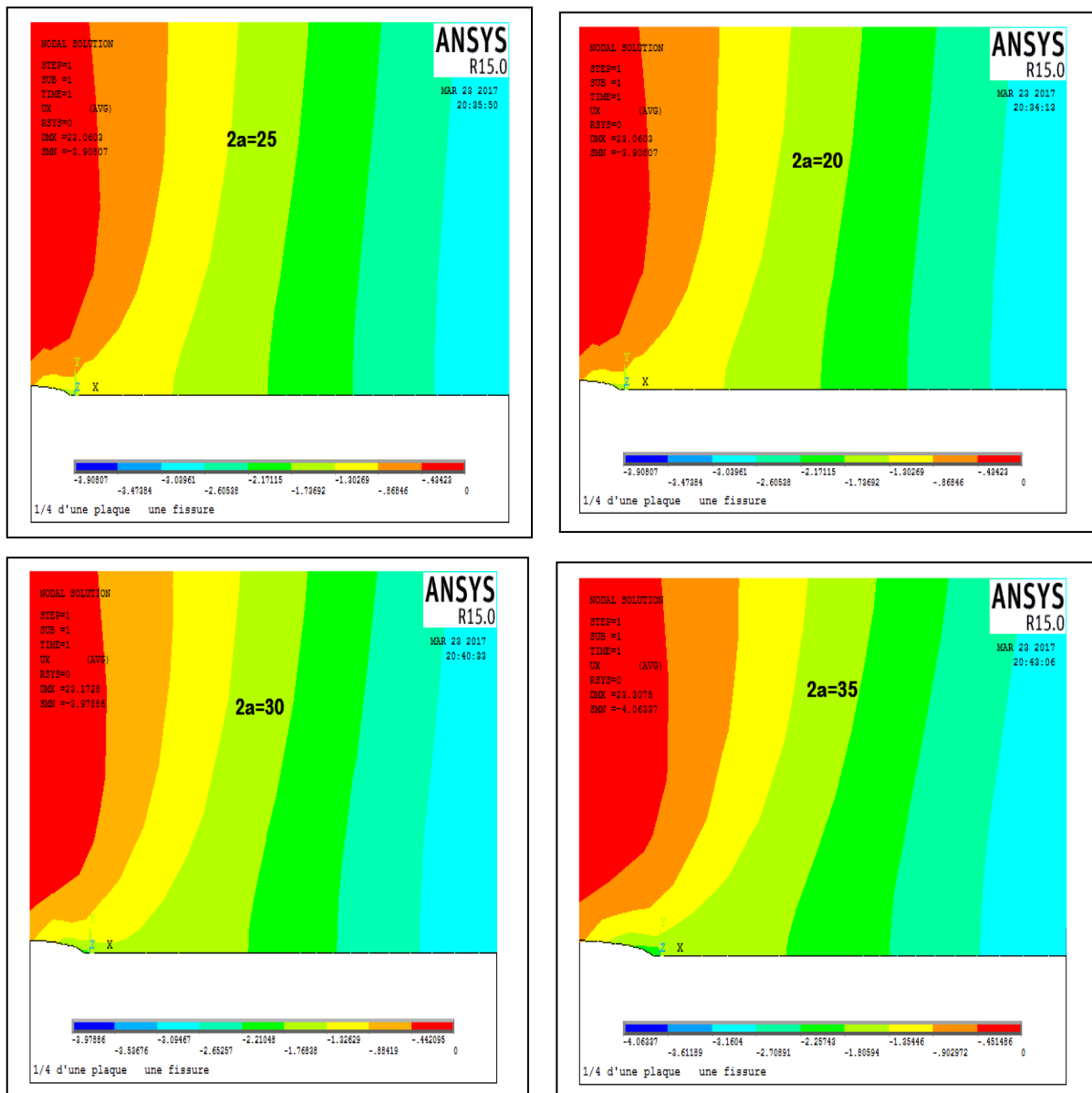


Figure VI.9: Distribution des contraintes de cisaillement.

La figure (VI.9) présent des illustrations basées sur la distribution des contraintes de cisaillement ainsi une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche de la fissure.

L'orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la longueur de fissure ($2a$), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

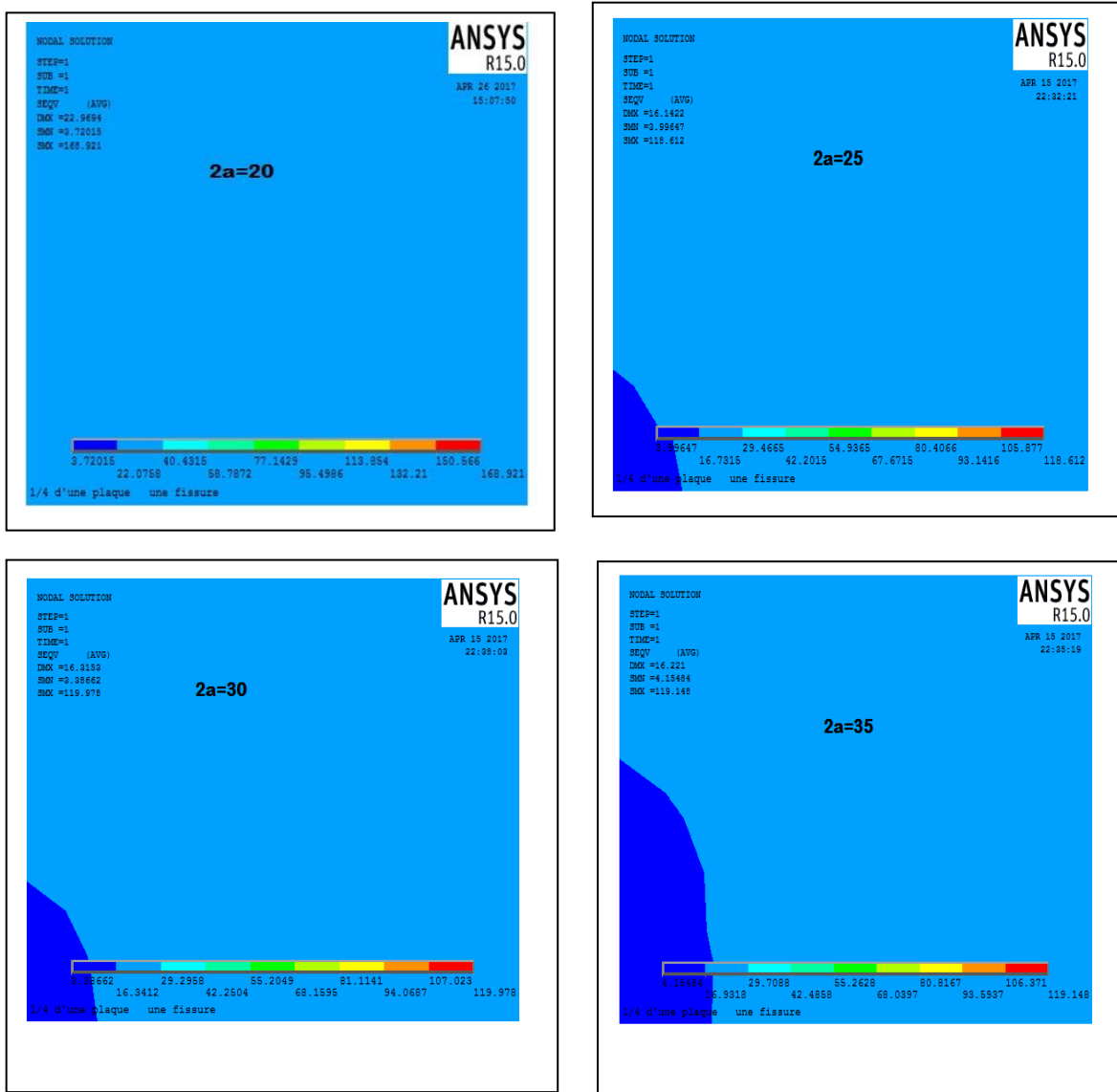


Figure VI.10: Distribution des contraintes de VON -MISES.

La figure (VI.10) présente d'illustration basées sur la distribution des contraintes de cisaillement ainsi une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche à la fissure.

L'orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure (2a), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

Les résultats des figures précédentes sont regroupés dans le tableau suivant:

Tableau VI.5: Tableau récapitulatif de l'état des contraintes et déformations.

	2a	20	25	30	35
Contrainte suivant l'axe x	Max	195.541	195.541	196.429	197.778
	Min	23.060	23.060	23.172	23.307
Contrainte de cisaillement	Max	23.060	23.060	23.172	23.307
	Min	-3.908	-3.908	-3.908	-4.063
Contraintes Von-mises	Max	118.245	118.612	119.978	119.148
	Min	2.604	3.996	3.386	4.154
Déformation	Max	100.519	100.519	101.068	101.246
	Min	23.060	23.060	23.172	23.264

VI.2.2 Étude de structure en d'une forme poutre prefissurée au milieu:

VI.2.2.1. Description du model:

La quatrième étude est effectuée sur une poutre prefissurée au milieu soumise à une charge concentrée $P = 45 \text{ KN}$, la poutre monté à la figure (VI.11) à une longueur totale de $L=18 \text{ m}$; une largeur de $B= 4 \text{ m}$ et la longueur de fissure $a=1.6 \text{ m}$. la propriété de matériau utilisé sont:Le module du Young: $E = 3,5.10E+5 \text{ mm}^2$ et le coefficient de poisson $\nu = 0.22$ comme il est montré à la figure[11].

On utilise dans cet exemple les mêmes dimensions des exemples précédents et les propriétés mécaniques du matériau la figure suivante représentent la géométrie de ce modèle

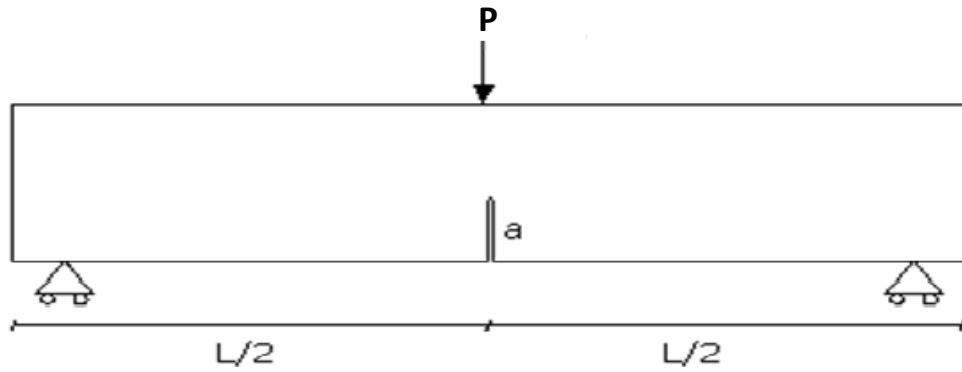


Figure VI.11: Poutre pré fissure au milieu.

VI.2.2.2. Modélisation numérique de la poutre pré fissurée en programmation en mode batch:

On a utilisé les mêmes procédures et les étapes de modélisation de structure fissurée utilisée précédemment dans la plaque fissurée au centre (géométrie, matériaux et comportement, chargement, condition au limite, analyse, résultats) pour modéliser le présent modèle qui est une poutre pré fissurée au milieu. Pour cela on a utilisé la commande du code de calcul Ansys v15 pour déterminer les variations des contraintes, les déformations et le critère de VON-MISES sur n'importe quel point de la structure fissurée. (Voir programme en mode batch en annexe A.2)

VI.2.2.3. Distribution des contraintes et déformations et le critère de VON- Mises sur la structure fissurée:

Les figures suivantes représenté les cas de contraintes, de déformations, déplacement suivent l'axe Y et critère de Von-mises:

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant:

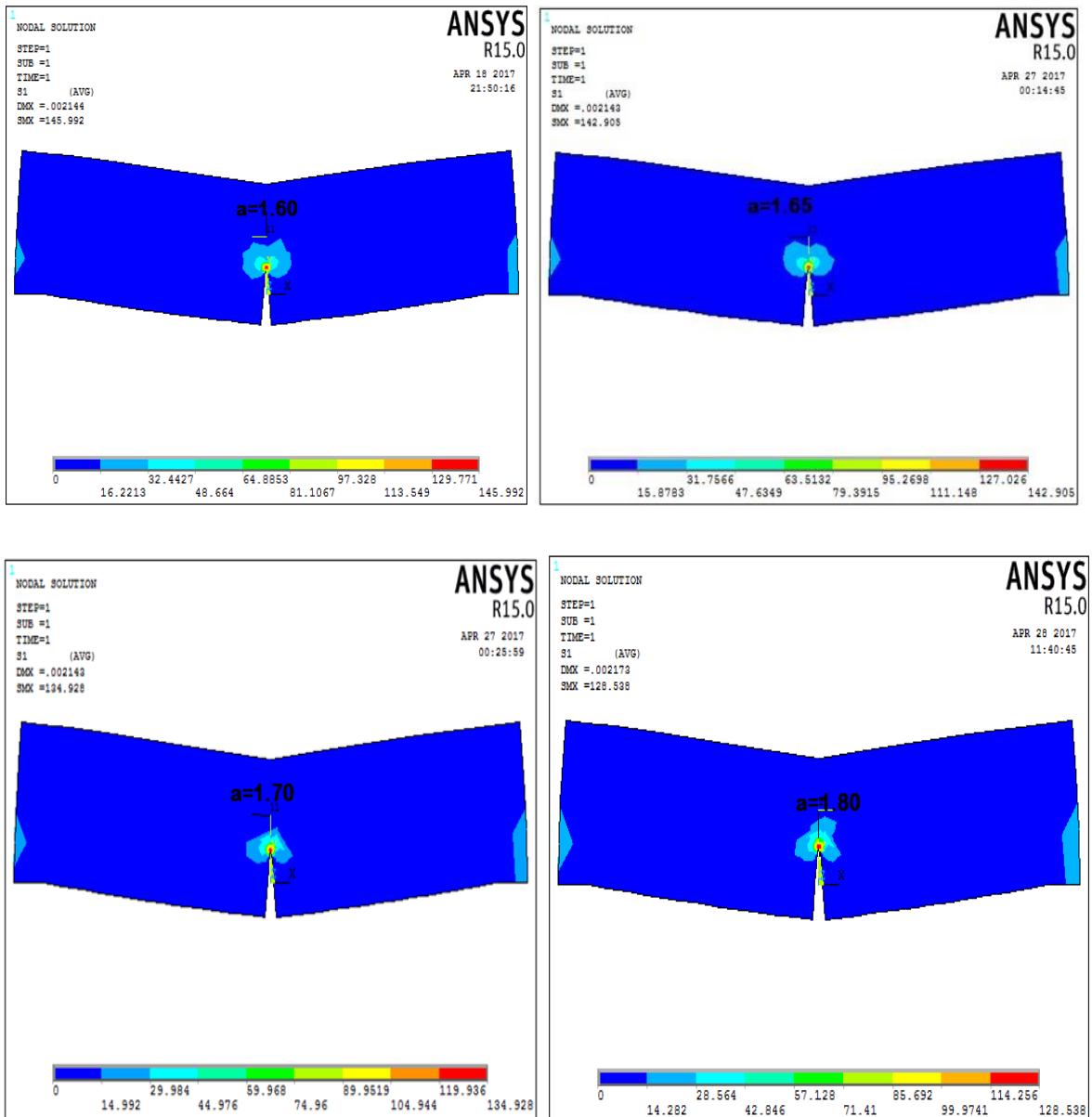


Figure VI.12: Distribution des contraintes suivant l'axe x.

La figure (VI.12) présente des illustrations basées sur la distribution des contraintes ainsi une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche de la fissure.

L'orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure (a), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

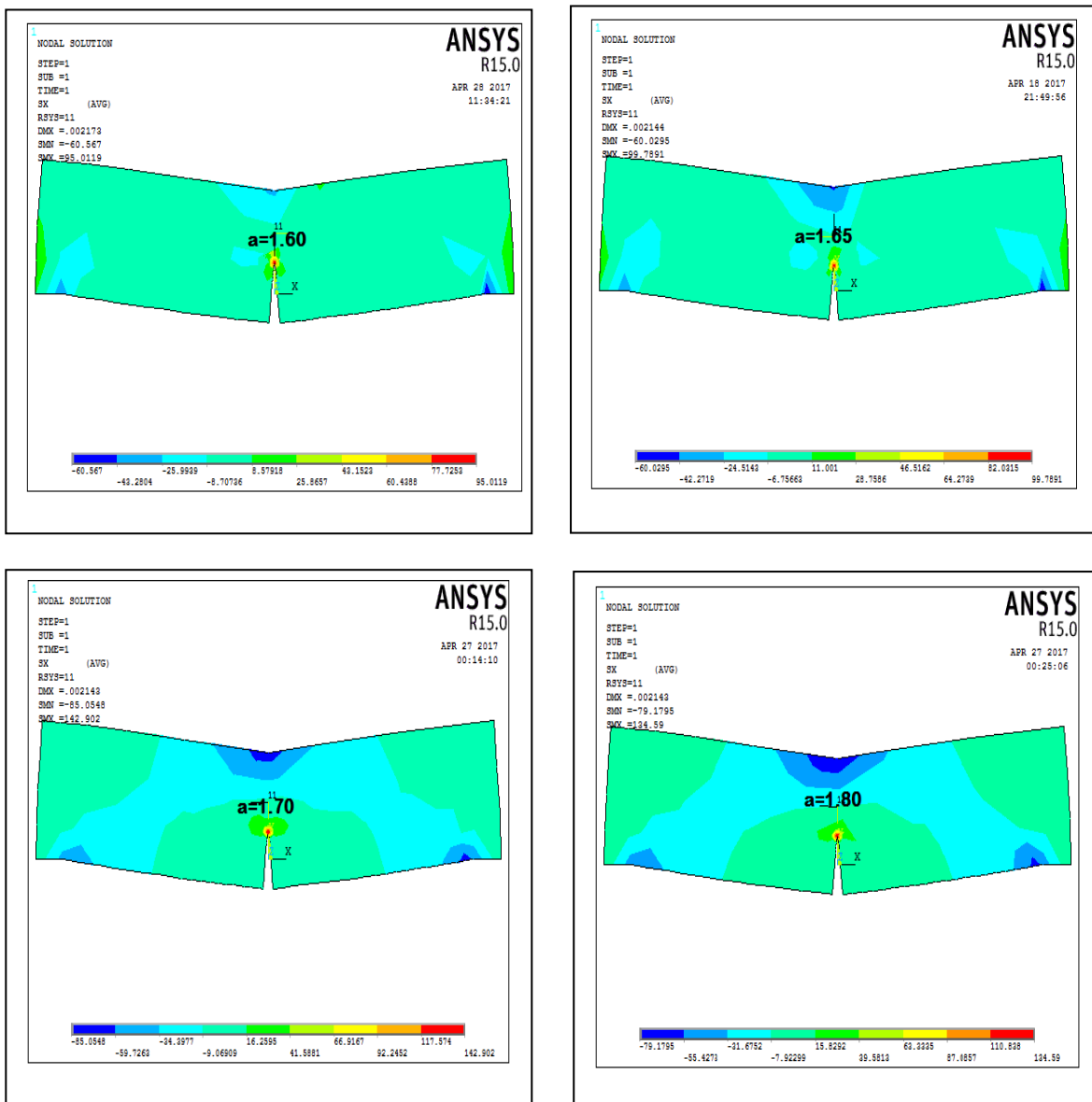


Figure VI.13: Distribution des déformations principale.

La figure (VI.13) présente des illustrations basées sur la distribution des déformations ainsi qu'une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche de la fissure.

L'orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure (a), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

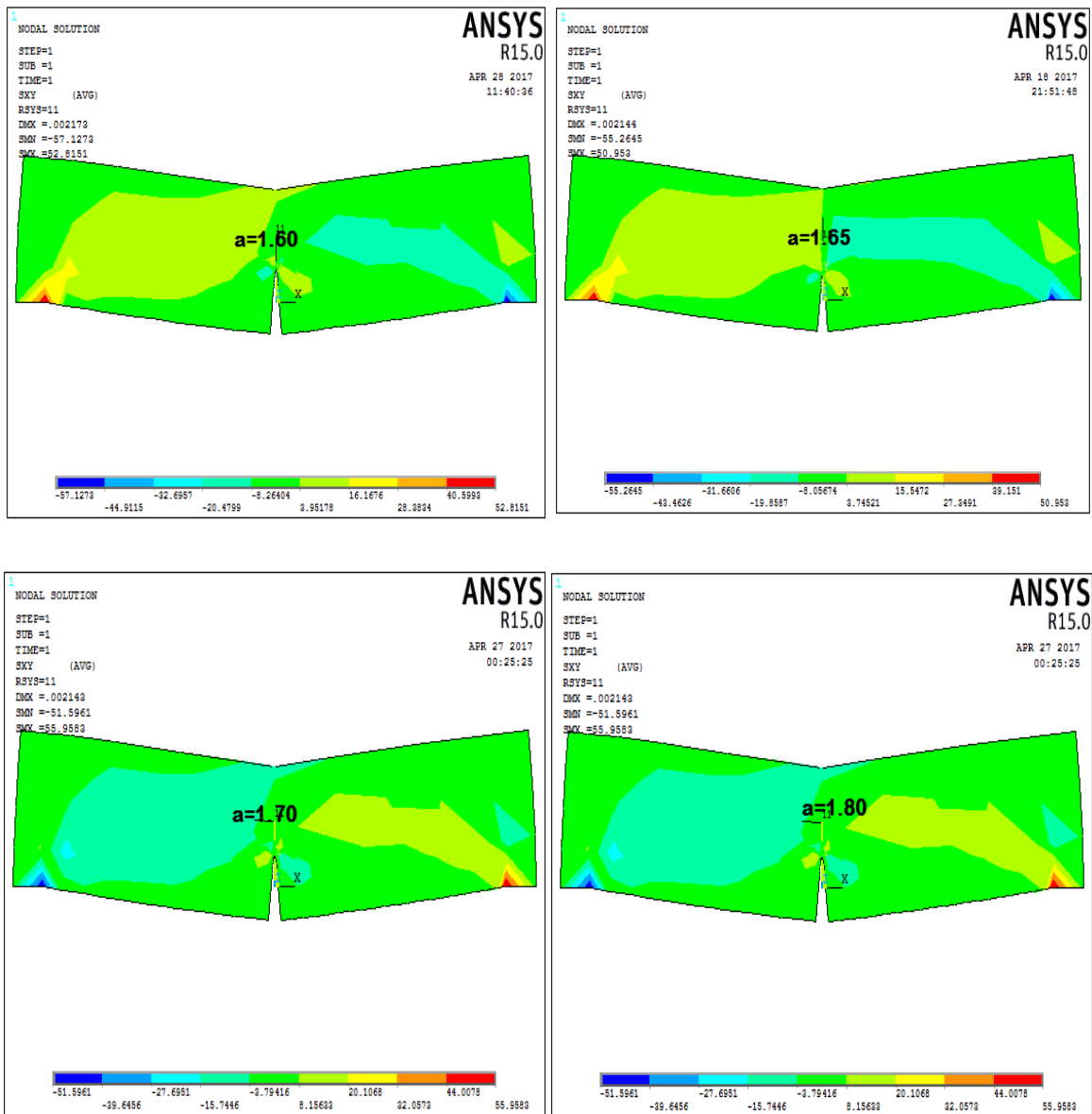


Figure VI.14: Distribution des contraintes de cisaillement.

La figure (VI.14) présente des illustrations basées sur la distribution des contraintes de cisaillement ainsi une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche. la fissure d’après la figure.

L’orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure (a), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

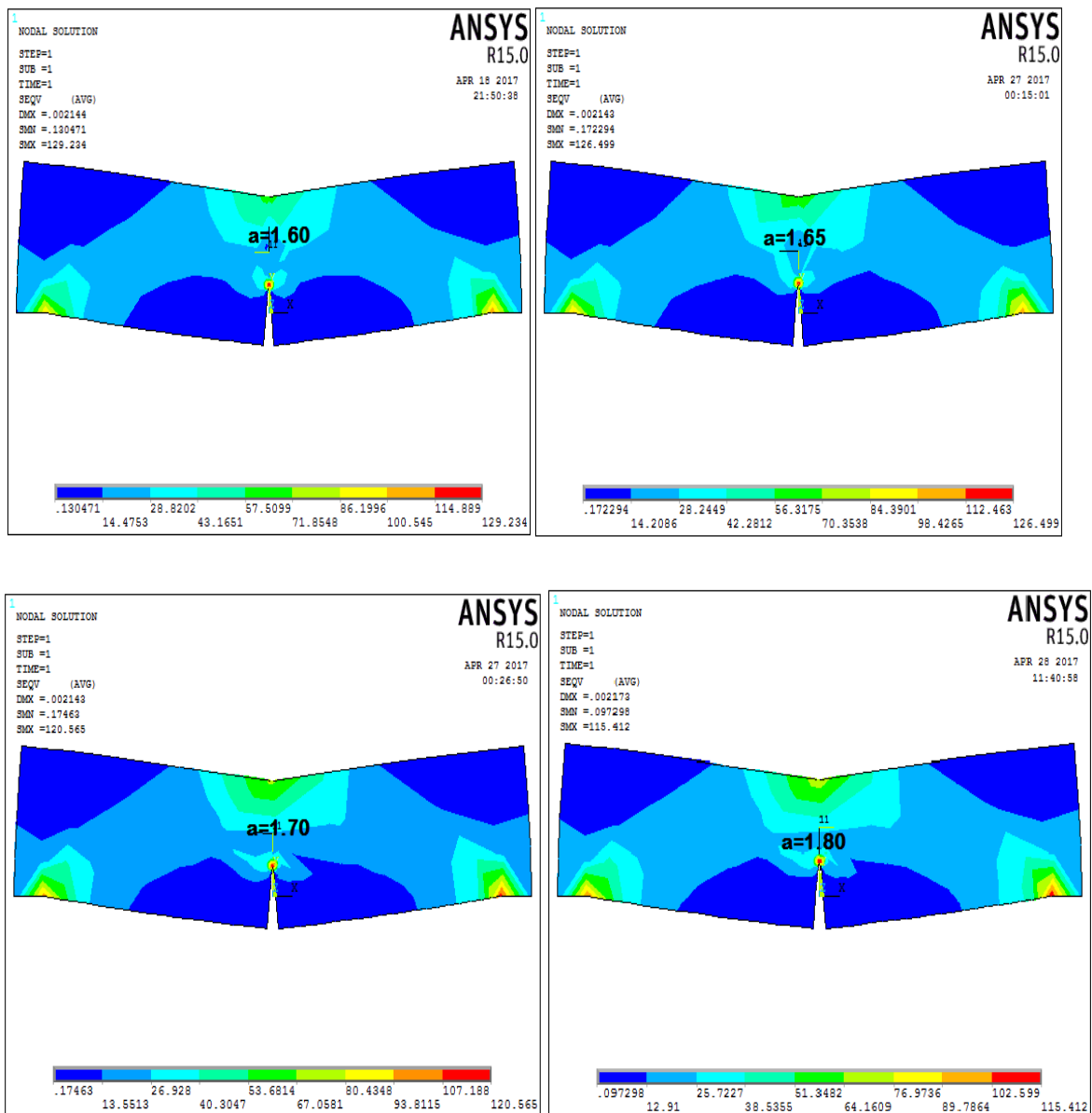


Figure VI.15: contrainte de VON-MISES.

La figure (VI.15) présente des illustrations basées sur la distribution des contraintes de VON-MISES ainsi une profite symétrie et concentration des contraintes autour de la région proche la fissure.

L’orsque la fissure se prolonge, les valeurs de contraintes augmentent relativement en fonction de la largeur de fissure (a), ce qui nom indique que propagation de provoque toujours des zones plastique dans les matériaux et finalement la rupture.

Tableau VI.6: Tableau recopitulatif de l'états contrainte et déformation.

	A	1.60	1.65	1.70	1.80
Contrainte suivant l'axe x	Max	145.992	142.905	134.928	128.538
	Min	0.002144	0.002143	0.002143	0.02173
Contrainte de cisaillement	Max	52.0151	50.958	55.9583	55.9583
	Min	-57.1273	-55.2645	-51.6961	-51.5961
Von-mises contraintes	Max	129.234	126.499	120.565	115.412
	Min	0.130471	0.17722	0.17463	0.097298
Déformation	Max	95.0119	99.7891	142.902	134.59
	Min	-60.567	-60.0295	-85.0548	-79.1795

❖ **Remarque:**

On remarque que les valeurs des facteurs d'intensité de contraintes obtenus restent inférieur à la valeur de ténacité K_{Ic} , ce qui non indique que n'y pas un risque de propagation de fissure dans la structure. (Matériaux reste toujours ductile et résistant)

VI.3. Conclusion:

Si on analyse ces résultats, on trouve que les paramètres de fissuration analytiques et numériques à savoir l'intensité de contrainte, intégrale de contour sont presque proches avec eux (erreurs petits et acceptables).

On général nous constatons que le modèle numérique (le programme Ansys v15) donne des résultats satisfaisants, logique.

les résultats présentés sont illustrés par des figures sur les distributions des contraintes et déformations dans les structures notamment autour de fissure.

Conclusion générale

Cette étude a visé dans une première étape à passer en revue la littérature de la théorie de la mécanique de la rupture en élasticité linéaire bidimensionnelle. Nous exposons ensuite le traitement du problème de deux modèles de structures fissurées avec le code de calcul Ansys v 15.

Le travail que nous venons de présenter porte sur la détermination des paramètres de fissuration des structures fissurées ainsi des illustrations et figures concernant les contraintes, déformation, déplacement, et enfin le critère de Von Mises en deux dimensions par la méthode des éléments finis.

On a élaboré un programme en mode ADPL (mode batch) pour modéliser et analyser les structures fissurées bidimensionnelle en élément finis. On a utilisé ce programme pour la comparaison. On a étudié deux modèles, le premier c'est l'étude d'une plaque à une fissure centrale et une poutre pré fissuré aumilieu.

Dans cette étude nous avons obtenu des résultats satisfaisants obtenue semble correcte ou du moins logique (symétrie, concentration des contraintes à la pointe de la fissure) également elle peut donner les moyens à utilisateur de modéliser et déterminer les paramètres de fissuration des structures bidimensionnel même tridimensionnel en mode I, II, III. Le programme Ansys v15 en mode batch a montré qu'il offre une modélisation remarquable et rapide dans la région près de la fissure (on peut modifier la géométrie, condition, chargement, comportent, maillage).

Cette recherche peut être étendue dans le future en tenant compte des phénomènes suivants:

- Etude paramétrique et sensibilité des paramètres
- Traiter les problèmes de fissuration tridimensionnelle.
- Détermination des paramètres de fissuration des structures complexes.

BIBLIOGRAP - I

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. Ghoul : mécanique de la rupture .algérie (2005).
- [2] A.Zegloul : concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture niversité de metz (2001)
- [3] D.Francois, A.Pineau et A.Zaoui : comportement mécanique des matériaux (viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact) .édition hermes (1995).
- [4] C. Hennaf : introduction à la mécanique de la rupture.
- [5] M.lallam et C.Ghezlaoui : introduction a l'étude de la mécanique de rupture fragile par la mef. p.f.e université de tlemcen, institut de génie civil.
- [6] D n.Recho :rupture par fissuration des structures.
- [7] J.Baouch :validation numérique de l'intégrale a en thermo-élasticité .mémoire de diplôme d'étude approfondies (septembre 1992).
- [8] R.Labbens : introduction à la mécanique de la rupture édition pluralis 1980
- [9] M.Landowsk et B.Lemoine : concevoir et construire en acier ;isbn -2-9523318-04
- [10] travaux de construction des ponts en acier (2001)
- [11] M. Bletry « méthodes de caractérisation mécanique des matériaux »;2006-2007
- [12] .Dj. Ouinas : calculs des elements finis initiation au logiciel ansys, place centrale –ben aknoun-alger(2012).
- [13] J.S.Seleck :ansys ® is registred trademark of swanson analyse systems ,inc (1989).
- [14] L.Mostafa : détermination des paramètres de fissuration tridimensionnels par la méthode des éléments finis(2004).
- [15] G.Dehard, cours de charpentes métalliques (2008)

ANNEXES

Annexe

A.1 : Annexe

Modèle 1: Plaque rectangulaires à fissure centre en élasticité linéaire Solution avec programmation en mode batch :

```
*/COM, ANSYS RELEASE 15.  
  
/input, start150, ans, 'C:\Program Files\ANSYS Inc\v150\ANSYS\apdl\  
/TITLE, 1/4 d'une plaque une fissure  
/PREP7  
  
! Différente constantes du problème  
  
*SET, EX, 200 ! module de young (daN/mm2)  
  
*SET, NU, 0.3 ! coefficient de poisson  
  
*SET, DEUXA, 20 ! longueur de la fissure en (mm)  
  
*SET, DEUX b, 200 ! largeur de la plaque en (mm)  
  
*SET, DEUX l, 360 ! hauteur de la plaque en (mm)  
  
*SET, sigma, 25 ! contrainte appliquée (daN/mm2)  
  
*SET, DELR, DEUXA/20 ! rayon du premier rande (mm)  
  
! Matériaux de la plaque  
  
ET, 1, PLANE82,,, 0 ! element fini de type plane 82  
  
MP, EX, 1, EX  
  
MP, NUXY, 1, NU  
  
! Géométrie de la plaque  
  
K,,,,,  
  
BLC4, -DEUXA/2, 0, deuxb/2, deuxl/2  
  
ADELE, 1  
  
LDELE, 1  
  
LSTR, 2, 1  
  
LSTR, 1, 3  
  
AL, 1, 4, 3, 2, 5,  
  
KSCON, 1, DELR, 1, 4, 0,  
  
ESIZE, 5, 0
```

Annexe

LESIZE,2,,10,1

LESIZE,3,,5,1

LESIZE,4,,12,0.2

AMESH,1

FINISH

! Contrainte appliquée à la plaque

/SOL

DL,5,,SYMM

DL,4,,SYMM

SFL,3,PRES,-sigma,,

/STAT,SOLU

SOLVE

FINISH

!fin du model

! Procédure pour calculer KI, KII, KIII, J

DIST,1,1.08222638492,1

/REP,FAST

/DIST,1,1.08222638492,1

/REP,FAST

/DIST,1,1.08222638492,1

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,1.37174211248,1

Annexe

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,1.37174211248,1

/REP,FAST

/PNUM,KP,1

/PNUM,LINE,1

/PNUM,AREA,0

/PNUM,VOLU,0

/PNUM,NODE,1

/PNUM,TABN,0

/PNUM,SVAL,0

/NUMBER,0

/PNUM,ELEM,0

/REPLOT

/PNUM,KP,1

/PNUM,LINE,1

/PNUM,AREA,0

/PNUM,VOLU,0

/PNUM,NODE,1

/PNUM,TABN,0

/PNUM,SVAL,0

/NUMBER,0

Annexe

/PNUM,ELEM,0

/REPLOT

/POST1

FLST,2,3,1

FITEM,2,19

FITEM,2,12

FITEM,2,8

PATH,KI,3,30,20,

PPATH,P51X,1

PATH,STAT

CS,11,0,19,12,8,1,1,

CSYS,11,

RSYS,0

AVPRIN,0

AVRES,2,

/EFACET,1

LAYER,0

FORCE,TOTAL

KCALC,0,1,0,0

Finich

SET,J,KI(1-0.3*0.3)/200

SET,J,208.33(1-0.3*0.3)/200

/POST1

FINISH

FINISH

/EXIT

Annexe

A.2: Annexe

Modèle 2 : Étude de structure en d'une forme poutre prefissurée au milieu.

/COM, Structural

/PREP7

ET,1,PLANE82

MPTEMP,,,,,,,,

MPTEMP,1,0

MPDATA,EX,1,,3.5e+005

MPDATA,PRXY,1,,0.22

K, ,-0.4e-02,,

K, ,-0.004,1.2,,

K, ,0,1.8,,

K, ,0.4e-02,1.2,,

K, ,0.004,0,,

K, ,8,0,,

K, ,9,0,,

K, ,9,4,,

K, ,0,4,,

K, ,-9,4,,

K, ,-9,0,,

K, ,-8,0,,

1,3,2

1,3,4

1,2,1

1,4,5

1,5,6

1,6,7

1,7,8

1,8,9

Annexe

1,9,10

1,10,11

1,11,12

1,12,1

!AL,5,6,7,8,9,10,11,12,3,1,2,4,

FLST,2,12,4

FITEM,2,5

FITEM,2,6

FITEM,2,7

FITEM,2,8

FITEM,2,9

FITEM,2,10

FITEM,2,11

FITEM,2,12

FITEM,2,3

FITEM,2,1

FITEM,2,2

FITEM,2,4

AL,P51X

KSCON,3,0.2,1,16,0.5,

ESIZE,5,0

LESIZE,5,,,20,1

LESIZE,7,,,3,1

LESIZE,8,,,5,1

LESIZE,9,,,5,0.2

LESIZE,10,,,4,1

LESIZE,12,,,20,0.2

AMESH,1

Annexe

FINISH

!/SOLU

!FLST,2,2,3,ORDE,2

!FITEM,2,7

!FITEM,2,11

!FLST,2,2,3,ORDE,2

!FITEM,2,7

!FITEM,2,11

/SOLU

FLST,2,2,3,ORDE,2

FITEM,2,6

FITEM,2,12

/GO

DK,P51X, , , ,0,ALL, , , , ,

/GO

DK,P51X, , , ,0,ALL, , , , ,

DK,P51X, , , ,0,ALL, , , , ,

FLST,2,1,3,ORDE,1

FITEM,2,9

FLST,2,1,3,ORDE,1

FITEM,2,9

/GO

FK,P51X,FY,-45

/STAT,SOLU

SOLVE

/ZOOM,1,RECT,0.375078,-0.019517,0.293087,-0.226394

CS,11,0,122,142,138,1,1,

FINISH

Annexe

/POST1

RSYS,11

AVPRIN,0,0

AVRES,2,

/EFACET,1

LAYER,0

FORCE, TOTAL

FLST,2,5,1

FITEM,

2,122FITEM,

2,132FITEM,

2,126 FITEM,2,1

FITEM,2,80

PATH,k1,5,30,20,

PPATH,P51X,1

PATH,STAT

KCALC,0,1,3,

FINISH

FINISH

/EXIT